

**MODELACIÓN MATEMÁTICA DEL PROBLEMA DE RUTEO DE VEHÍCULOS CON
RESTRICCIONES DE MÚLTIPLES DEPÓSITOS, FLOTA HETEROGÉNEA DE
VEHÍCULOS Y VENTANAS DE TIEMPOS**

**MODELACIÓN MATEMÁTICA DEL PROBLEMA DE RUTEO DE VEHÍCULOS CON
RESTRICCIONES DE MÚLTIPLES DEPÓSITOS, FLOTA HETEROGÉNEA DE
VEHÍCULOS Y VENTANAS DE TIEMPOS**

**TESIS DE PREGRADO PARA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE INGENIERO
INDUSTRIAL**

AUTOR: NILSON HERAZO PADILLA (NHERAZO1@CUC.EDU.CO)

ORIENTADORES: SANTIAGO NIETO IZASA

**CORPORACIÓN UNIVERSITARIA DE LA COSTA, CUC
FACULTAD DE INGENIERÍAS
PROGRAMA DE INGENIERÍA INDUSTRIAL
MARZO DE 2012**

NOTA DE ACEPTACIÓN

PRESIDENTE DEL JURADO

JURADO

JURADO

Barranquilla, 28-03-2012

AGRADECIMIENTOS

En primer lugar agradezco a Dios por cuidarme y proveerme todo lo necesario hasta el día de hoy para cumplir cada uno de mis proyectos y por bendecir mi vida brindándome la posibilidad de formarme como profesional. Agradezco a toda mi familia por apoyarme durante todo el proceso y darme la confianza y tranquilidad para emprender el camino a alcanzar mis sueños.

Finalmente agradezco a la Corporación Universitaria de la Costa, CUC y a todo el cuerpo docente de la facultad de ingenierías por ser el instrumento de Dios para formarme como un excelente profesional y como persona.

TABLA DE CONTENIDO

[RESUMEN](#)

[ABSTRACT](#)

[INTRODUCCIÓN](#)

[OBJETIVO GENERAL](#)

[OBJETIVOS ESPECÍFICOS](#)

[JUSTIFICACIÓN](#)

1 [CAPITULO 1 CONCEPTOS FUNDAMENTALES](#)

- 1.1 [Logística](#)
- 1.2 [Logística de transportes](#)
- 1.3 [Modos de transporte](#)
 - 1.3.1 [Transporte terrestre](#)
 - 1.3.2 [Transporte por carretera](#)
 - 1.3.3 [Transporte por ferrocarril](#)
 - 1.3.4 [Transportes especiales](#)
 - 1.3.5 [Transporte aéreo](#)
 - 1.3.6 [Transporte acuático.](#)
 - 1.3.7 [Transporte fluvial.](#)
 - 1.3.8 [Transporte marítimo.](#)

- 1.3.9 [Transporte multimodal.](#)
- 1.4 [Modelos de distribución](#)
 - 1.4.1 [Modelo a: distribución directa.](#)
 - 1.4.2 [Modelo b: distribución escalonada.](#)
 - 1.4.3 [Modelo c: almacén central-depósitos \(operaciones cross docking\)](#)
 - 1.4.4 [Modelo d: distribución directa desde almacén central.](#)
 - 1.4.5 [Modelo e: planta de distribución.](#)
- 1.5 [Problema de ruteo de vehículos](#)
- 1.6 [Investigación de operaciones](#)
 - 1.6.1 [Programación lineal](#)
 - 1.6.2 [Programación dinámica](#)
 - 1.6.3 [Programación entera](#)
 - 1.6.4 [Teoría de colas](#)
 - 1.6.5 [Teoría de inventarios](#)
- 1.7 [Optimización combinatoria y modelación matemática](#)
 - 1.7.1 [Función objetivo](#)
 - 1.7.2 [Variables de decisión](#)
 - 1.7.3 [Restricciones](#)
 - 1.7.4 [Parámetros](#)

2 [CAPITULO 2 TIPOS DE PROBLEMAS DE RUTEO DE VEHÍCULOS](#)

- 2.1 [El problema del agente viajero \(Traveling Salesman Problem - TSP\)](#)
- 2.2 [Problema de ruteo de vehículos capacitado \(Capacitated VRP - CVRP\)](#)
- 2.3 [Problema de ruteo de vehículos con ventanas de tiempos \(VRP with time windows – VRPTW\)](#)
- 2.4 [Problema de ruteo de vehículos con múltiples depósitos \(Multiple Depot VRP - MDVRP\)](#)

- 2.5 [Problema de ruteo de vehículos con entrega y recogida de mercancía \(VRP with Pick-Up and Deliveries – VRPPD\)](#)
- 2.6 [Problema de ruteo de vehículos con entrega fraccionada \(Split Delivery VRP - SDVRP\)](#)
- 2.7 [Problema de ruteo de vehículos estocásticos \(Stochastic VRP - SVRP\)](#)
- 2.8 [Problema de ruteo de vehículos periódico \(Periodic VRP - PVRP\)](#)
- 2.9 [Problema de ruteo de vehículos con flota heterogénea de vehículos \(Multiple Types of Vehicles – HVRP\)](#)

3 [CAPITULO 3 TIPOS DE SOLUCIONES PARA LOS PROBLEMAS DE RUTEO DE VEHÍCULOS](#)

3.1 [Métodos Exactos](#)

- 3.1.1 [Direct tree search methods](#)
- 3.1.2 [Dynamic programming](#)
- 3.1.3 [Integer linear programming.](#)

3.2 [Heurísticas.](#)

- 3.2.1 [Cluster first, route second.](#)
- 3.2.2 [Heurística integrada](#)
- 3.2.3 [Inserción](#)
- 3.2.4 [Heurística nearest-neighbor](#)
- 3.2.5 [Heurística de ahorro](#)
- 3.2.6 [Heurística de barrido](#)
- 3.2.7 [Heurísticas greedy](#)

3.1 [Meta-heurísticas.](#)

- 3.3.1 [Algoritmos de hormigas.](#)

- 3.3.2 [Los algoritmos de búsqueda tabú.](#)
- 3.3.3 [Los algoritmos genéticos](#)
- 3.3.4 [Simulated annealing.](#)
- 3.3.5 [Neural networks](#)
- 3.3.6 [Algoritmos meméticos](#)

4 **CAPITULO 4 OBJETIVOS QUE SE PERSIGUEN**

4.1 [Objetivos en tours](#)

- 4.1.1 [Costos](#)
- 4.1.2 [Tiempo total de viaje](#)
- 4.1.3 [Distancia](#)

4.2 [Objetivos relacionados con nodos/arcos](#)

- 4.2.1 [Incremento de la satisfacción de los clientes](#)

4.3 [Objetivos relacionados con los recursos](#)

- 4.3.1 [Minimizar tamaño](#)
- 4.3.2 [Optimizar la efectividad en la utilización de los recursos](#)

5 **CAPITULO 5: BREVE REVISIÓN DE LA LITERATURA DE LOS MÉTODOS DE SOLUCIÓN PLANTEADOS EN LA SOLUCIÓN DE PROBLEMAS DEL TIPO MDVRP**

5.1 [Planteamiento de un Cuadro Taxonómico para los métodos de solución exactos planteados en la solución de problemas del tipo MDVRP](#)

5.2 [Casos de Estudio](#)

6 CAPITULO 6: MODELACIÓN MATEMÁTICA DE UN MDHVRPTW

6.1 Descripción del problema

6.2 Formulación

6.2.1 Nomenclatura

6.2.2 Modelo de MIP

6.3 Codificación

7 CAPITULO 7: RESULTADOS

7.1 Programación de rutas

7.2 Resultados computacionales

CONCLUSIONES GENERALES

REFERENCIAS

RESUMEN

En el presente trabajo se propone un método matemático de programación entera mixta (MIP) para solucionar un problema de ruteo de vehículos con restricciones de múltiples depósitos, flota heterogénea de vehículos y ventanas de tiempo codificado en GAMS, un software de modelación algebraica general.

Una de las dificultades que presentan los métodos aproximados para solucionar problemas de ruteo de vehículos es que no siempre se conoce que tan buenas son las soluciones que generan y adicionalmente por lo general solo aplican para resolver el problema específico para el cual fueron diseñados. El modelo presentado no solamente soluciona problemas del tipo MDHVRPTW para el cual fue diseñado sino también es capaz de solucionar problemas con menos restricciones como los VRPTW, HVRPTW y MDVRPTW.

Otro aporte valioso del modelo presentado es que sirve de patrón para probar la calidad de las soluciones generadas por métodos aproximados. El modelo resuelve de forma óptima instancias de referencia de 5 y 10 nodos y da soluciones muy cercanas al óptimo con una diferencia de menos del 3% para instancias de 15 y 20 nodos.

ABSTRACT

In the present work we propose a mathematical method of mixed integer linear programming (MIP) to solve a vehicle routing problem with constraints of multiple depots, heterogeneous fleet of vehicles and time windows programmed in GAMS, a General Algebraic modeling Software.

One of the difficulties presented in approximated methods proposed to solve vehicle routing problems is that the quality of their solutions is not always known and they often are only applicable to solve the specific problems for which they were designed. The presented model not only is capable to solve problems such MDHVRPTW to which it was originally designed but it's also capable to solve less constrained problems like VRPTW, HVRPTW and MDVRPTW.

Another valuable contribution of the presented model is that the model can work as a pattern to prove the quality of the solutions of the approximated methods. The model solve to optimality benchmark problems of 5 and 10 nodes and generates solutions near to optimality with a gap of less than 3% to 15 and 20 nodes problems.

INTRODUCCIÓN

El VRP o problema de ruteo de vehículos consiste en el problema de asignar un conjunto de clientes geográficamente dispersos en un área a una flota de vehículos ubicados en un depósito central con el fin de atender sus demandas respectivas sin que la sumatoria de las demandas de los clientes asignados a cada vehículo sobrepase la capacidad de este, minimizando los costos generales de dicha operación de distribución. Este tipo de problemas presenta diferentes variantes que dependen de las condiciones en las que se realicen las operaciones de distribución como son: que se cuente con una flota heterogénea de vehículos, que no solamente se entregue sino que se deba recoger mercancía como envases u otro tipo de bienes o que se cuente con múltiples depósitos entre otras.

Para la solución de este tipo de problemas del campo de la optimización combinatoria se han desarrollado métodos matemáticos que solucionan de forma óptima este tipo de problemas, sin embargo debido a la complejidad computacional de los mismos, que impide que instancias grandes del problema sean resueltas por modelos matemáticos en tiempos razonables, se desarrollaron métodos de solución aproximados que generan buenas soluciones en tiempos computacionales cortos como las heurísticas y las meta-heurísticas.

Pese a la rapidez con que generan soluciones los métodos aproximados, uno de sus principales problemas es el hecho de que muchas veces resulta difícil saber que tan cerca del óptimo están las soluciones que generan. En el presente trabajo se presenta un modelo matemático de programación entera mixta (MIP), basado en la formulación planteada por (Dondo and Cerdá, 2007), para solucionar un problema de ruteo de vehículos con múltiples depósitos, ventanas de tiempos y flota heterogénea

de vehículos capaz de solucionar pequeñas instancias de este tipo de problemas que a su vez sirva como un patrón de medición para probar el desempeño de métodos heurísticos y meta-heurísticos desarrollados para solucionar instancias grandes del problema.

En la primera parte se presentan los conceptos fundamentales que definen el problema de ruteo de vehículos. Se presentan los conceptos que hacen parte del estudio de este tipo de problemas y sus soluciones así como sus áreas de estudio, de donde nace el problema en cuestión y sus diferentes escenarios dentro de las operaciones logísticas a fin de comprender las bases y alcances del mismo.

En la segunda parte se presenta un estudio de las diferentes variantes del problema de ruteo de vehículos, definiendo en qué consiste cada una y presentando algunos trabajos de la literatura relacionados con el tipo de problema que se estudia a fin de dar a conocer las diferentes condiciones en las que se presentan los problemas de ruteo de vehículos.

Luego se presenta un estudio de los diferentes métodos de solución de los problemas de ruteo de vehículos tanto exactos como aproximados, definiendo los mismos y referenciando aplicaciones propuestas en la literatura de cada uno de los métodos en la solución de diferentes tipos de problemas de optimización.

El siguiente capítulo como varía la modelación de cada tipo de problema dependiendo del objetivo que se desee optimizar presentando diferentes objetivos que se persiguen en la modelación de problemas de ruteo de vehículos y de igual forma referenciando ejemplos de la literatura.

En el capítulo 5 se realiza una revisión de la literatura de los métodos exactos de solución planteados en la solución de problemas del tipo MDVRP desde los primeros enfoques planteados para este tipo de problemas hasta los más recientes escalando en la complejidad de los mismos, es decir, desde los casos con pocas restricciones hasta aquellos que integran varias restricciones en conjunto.

Finalmente se presenta el modelo planteado para la solución del MDHVRPTW explicando la formulación matemática presentada su función objetivo y cada una de sus restricciones bien definidas. Se estudian también las estrategias utilizadas en la codificación del modelo en GAMS y se presentan las soluciones generadas por el modelo para instancias de 5, 10, 15 y 20 nodos con su respectiva programación de rutas, costos, distancias y tiempos de operación, así como el desempeño computacional del mismo.

OBJETIVO GENERAL

Diseñar un modelo matemático de programación entera mixta para solucionar un problema de ruteo de vehículos con restricciones de múltiples depósitos, flota heterogénea de vehículos y tiempos.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Realizar el estado del arte del problema en estudio
- Formular un modelo matemático de programación lineal entera mixta para el problema de ruteo de vehículos con múltiples depósitos, flota heterogénea de vehículos y ventanas de tiempos
- Codificar el modelo
- Solucionar instancias de prueba con el modelo propuesto
- Medir el desempeño del modelo propuesto

JUSTIFICACIÓN

El presente trabajo hace parte de un macro proyecto llamado “Desarrollo de un prototipo de TMS para empresas del sector maderas” que busca brindar soluciones eficientes a problemas del campo de la logística de transportes presente en empresas del sector maderas. Las soluciones a este tipo de problemas serán generadas a través de meta-heurísticas, y como es sabido uno de los problemas presentes en los métodos de solución aproximados es que no siempre se conoce que tan buenas son las soluciones que genera o que tan cerca del óptimo se encuentran por lo cual se hace necesario diseñar un método para medir la calidad de las soluciones generadas por estas. El modelo que se propone en el presente trabajo busca proponer un método matemático para generar soluciones óptimas a problemas de ruteo de vehículos con restricciones de múltiples depósitos, flota heterogénea de vehículos y ventanas de tiempos y que sirva como una herramienta de comparación para las soluciones meta-heurísticas a fin de medir su desempeño.

1. CAPITULO 1 CONCEPTOS FUNDAMENTALES

1.1 Logística

La logística, definida como la parte de la Gestión de la Cadena de Suministro SCM (Supply Chain Management por sus siglas en inglés) que planifica, implementa y controla el flujo -hacia atrás y adelante- y el transporte y almacenamiento eficaz y eficiente de los bienes, servicios e información relacionada desde el punto de origen al punto de consumo con el objetivo de satisfacer los requerimientos de los consumidores¹ es un proceso de gran importancia para la industria actual debido a la gran cantidad de recursos financieros que se destinan a las operaciones logísticas, según² el valor del sector logístico ascendió al 13,8% del Producto Interno Bruto - PIB mundial en el año 2005, representando entre un 10% y un 15% del costo final de un producto elaborado; teniendo en cuenta que en Colombia, la productividad del país ha experimentado en la última década una aceleración importante, pasando de un comportamiento recesivo en los últimos años de la década del 90 a tasas de crecimiento reales positivas y crecientes a partir del año 2000 de lo que se infiere que como prevé la revisión hecha el mismo documento² en el año 2009 en la próxima década habrá grandes oportunidades de crecimiento económico para el país convirtiendo el sector logístico en un eje fundamental del crecimiento económico del país.

La logística como se sabe ha existido desde el comienzo de las civilizaciones en las actividades de recolección, almacenaje y transporte de alimentos realizado por los agricultores, sin embargo el termino logística se acuña en la industria militar

¹ Según Council of Supply Chain of Management Professionals, CSCMP

² CONPES 3547 DEL 27 DE OCTUBRE DE 2008

inicialmente de la palabra “logis” que hace referencia al arte de operar los medios de transporte, suministro y alojamiento de un ejército (específicamente el ejército de Napoleón)³, es así como algunos diccionarios la definen como una rama de la ciencia militar relacionada con procurar, mantener y transportar material, personal e instalaciones⁴.

En la literatura mundial se pueden encontrar diferentes definiciones de logística que han expresado distintos autores en sus escritos, para tener un concepto más amplio podría decirse que “la logística incluye todas y cada una de las operaciones necesarias para mantener una actividad productiva: desde la programación de compras hasta el servicio postventa pasando por aprovisionamiento de materias primas, planificación y gestión de la producción, almacenaje, diseño, embalaje, etiquetaje, clasificación y distribución física. A este flujo de materiales se superpone un flujo de información que puede tener, en función del valor añadido aportado por esta información en cuanto a productividad, desde un papel irrelevante hasta un papel fundamental en la concepción y gestión de un sistema logístico”. (Francesc Robusté. 2005, p.13).

Se puede definir la logística como el conjunto de operaciones que gestiona el flujo físico y de información desde que una organización adquiere sus materias primas para sus procesos hasta la puesta en el mercado del producto terminado o prestación de un servicio, planificando y controlando de forma eficiente los recursos utilizados se puede observar en la siguiente esquema las funciones que definen la gestión logística.

³ Logistics Systems Design and Optimization, 2005

⁴ Webster's New Encyclopedic Dictionary (Nueva York: Black Dog & Leventhal Publisher)

⁵ Durante estos últimos 50 años, el alcance de la logística se ha expandido más allá de la actividad de transporte para abarcar una perspectiva amplia y más integrada de la administración de costos y el suministro de servicios, para un posicionamiento en tiempo y oportunidad “correctos”, según un costo “correcto”, del producto “correcto” conforme la demanda del mercado. El acierto radica en administrar los procesos y gestionar las operaciones que implican, para lograr que en cada caso el adjetivo evaluatorio haya sido justamente... “correcto”.

La logística ha venido presentando evoluciones desde sus primeros inicios hasta el punto en que se ha convertido en una herramienta fundamental para la organización, control y reducción de los costos dentro de una organización, y de manera global dentro del desarrollo económico de un país, teniendo en cuenta que hoy día la demanda de los consumidores de productos y servicios está aumentando considerablemente. Según⁶ la logística gira en torno a crear valor para los clientes y proveedores de la empresa. Una buena dirección logística visualiza cada actividad en la cadena de suministros como una contribución al proceso de añadir valor, la logística es la esencia del comercio, contribuye a aumentar el estándar económico de vida de todos nosotros.

En las figuras 1 y 2 se puede encontrar una clasificación de las actividades que hacen parte de la logística enmarcadas dentro de la cadena de suministro, como se nota en la figura 1, desde 1960 cuando empezaron a desarrollarse las operaciones logísticas a nivel empresarial se fue evolucionando al concepto general que tenemos hoy en día de cadena de suministro que engloba la planeación

⁵ **Administración de la Cadena de Suministros**

por Juan Pablo Antún consultor en Logística Estratégica e Internacional y profesor de Logística Internacional en MA y MDI en ITAM

⁶ Ballou

estratégica, el marketing, las finanzas entre otras actividades importantes para la organización.

Entre las decisiones de nivel estratégico que conciernen al campo de la logística podemos encontrar también decisiones sobre las redes de almacenamiento físico, y las redes de comunicación e información. La figura 2 muestra las actividades de la logística en la cadena de suministros inmediata de una empresa que son actividades más bien de tipo operativo sin decir con esto que son menos importantes, por el contrario son las actividades que más intervienen en los costos asociados a las operaciones logísticas sumado al hecho de que los problemas de decisión que se presentan en este nivel suelen ser mucho más difíciles de resolver.

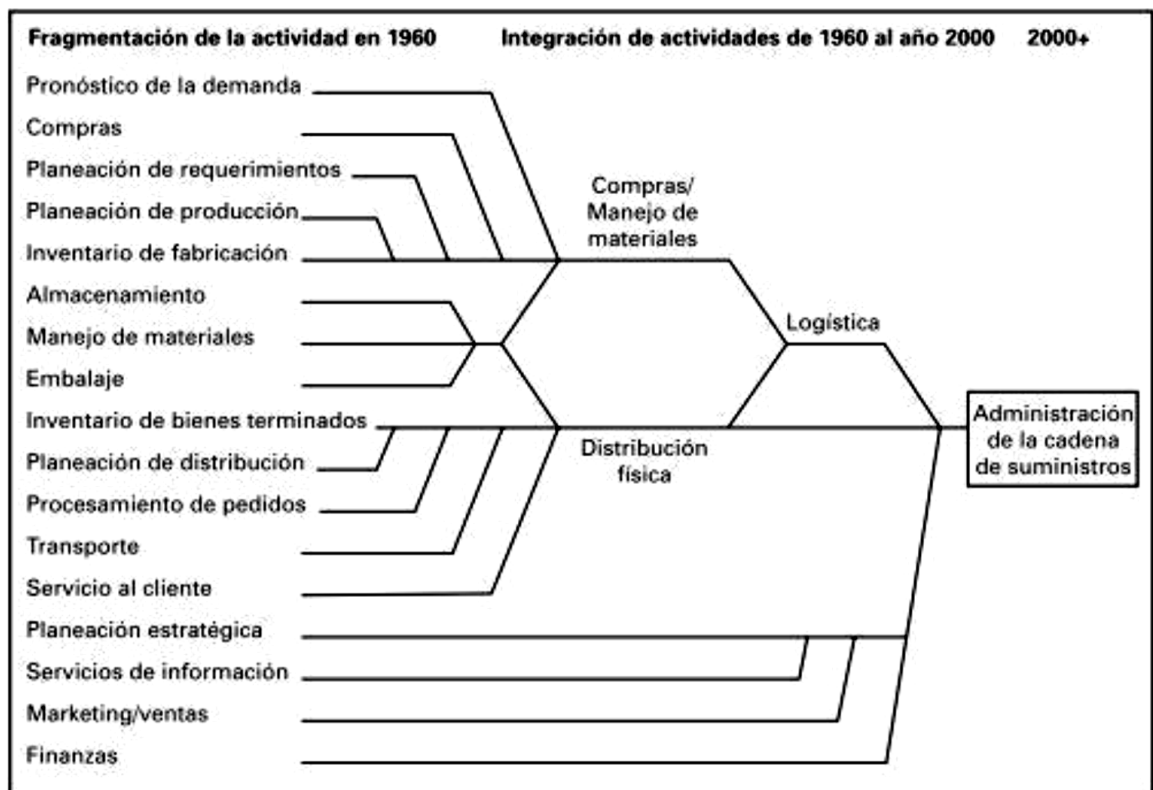


Figura 1 Evolución de la logística a la cadena de suministros, Ballou

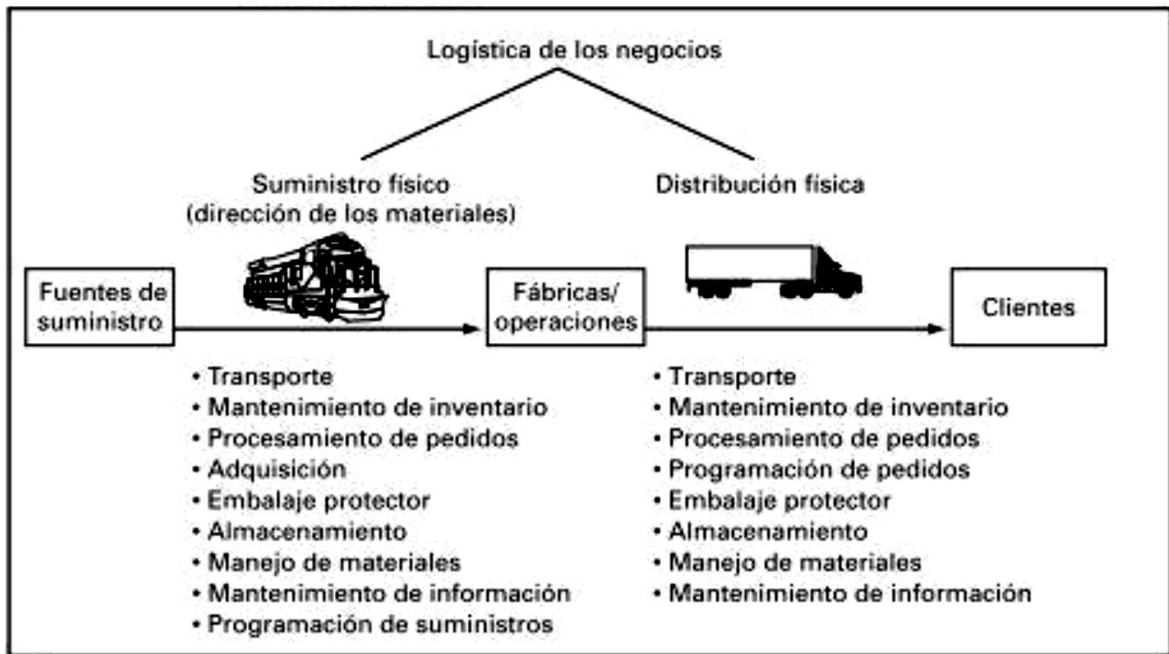


Figura 2 Actividades de la logística en la cadena de suministros inmediata de una empresa, Ballou.

1.2 Logística de transporte

Transporte: La palabra transporte viene del latín trans, que significa "al otro lado", y portare, "llevar") Los transportes están ligados estrechamente el traslado o movimientos de objetos o personas desde un lugar o punto de origen a otro punto de destino. El transporte es una actividad fundamental en el desarrollo de los seres humano y que a su vez éste ha estado intrínsecamente desde los primeros inicios del hombre en la tierra.

Según el diccionario de la real academia española REA (2009). El transporte es un “sistema de medios para conducir personas y cosas de un lugar a otro”. Pues lo

define como la acción que se requiere para producir un desplazamiento. En la evolución del transporte podemos encontrar que este ha sufrido distintas mutaciones que hoy por hoy lo llevas a ser parte de los sistemas económicos más grande de un país. Entre las mutaciones podemos encontrar el transporte como servicio, transporte como red de distribución y el transporte como logística.

Hoy en día sin duda el transporte es el eje principal en la distribución en la cadena de suministro ya que contribuye como mecanismo de enlace entre el abastecimiento, la producción, y la entrega de un producto terminado. En cierta manera la competitividad de los productos que se comercializan en el mercado dependen de los costos de movilización, el tiempo de tránsito necesario para el traslado, de la factibilidad de la entrega y de la seguridad de los medios utilizados.

La función del transporte: podemos definirla como la distribución de mercancía y persona ya sea cualquier medio que se utilice para el traslado (terrestre, marítimo o aéreo), esto ha permitido la extinción de la economía y el aumento de la productividad de las empresas. En todos los países del mundo el sector transporte persigue una finalidad de rentabilidad económica pero esta dependerá del manejo eficiente en el uso de los recursos y tiempo.

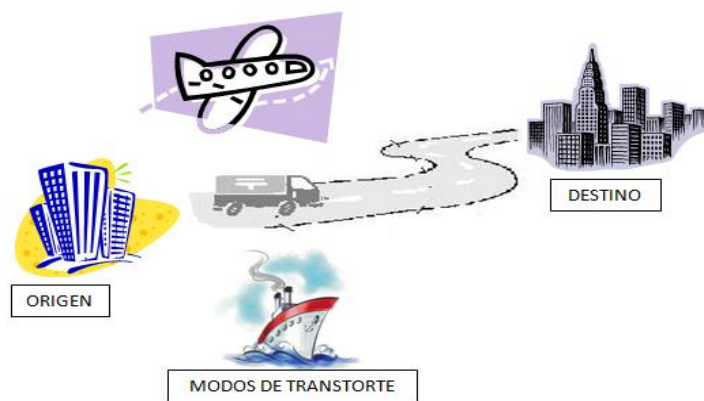
El transporte facilita el enlace entre las unidades y los centros de consumo, satisface las necesidades de movimiento de bienes y personas, proporciona la accesibilidad a determinados espacios, favorece un territorio más equilibrado al mejorar la cohesión económica y social, interviene como factor integrador del Estado

ESTRUCTURA DE LOS SISTEMAS DE TRANSPORTE

SISTEMAS	VIAS	MEDIOS
FERROVIARIOS	TUNELES, PUENTES	TREN, VAGONES, METROS
CARRETERAS	TUNELES, PUENTES	PORTA-CONTENEDORES, CARROS BUSES, REMOLQUES, MOTOCICLETAS, etc.
FLUVIALES	CONDICIONES DE NAVEGACION	BARCAZAS, PORTA-CONTENEDORES, LANCHAS, BARCOS, etc.
PORTUARIOS	ATRACADEROS ESPECIALIZADOS	GRUAS, DIFERENCIAL DE PLUMA, MONTACARGAS
	TERMINALES PARA CONTENEDORES	
	RAMPAS RO/RO	
AEREO		AVIONES ALICORTERO, AVIONETAS, etc.

1.3 Modos de transporte

En general se utilizan tres grandes grupos para definir los modos de transporte:
Transporte terrestre, transporte aéreo, transporte acuático



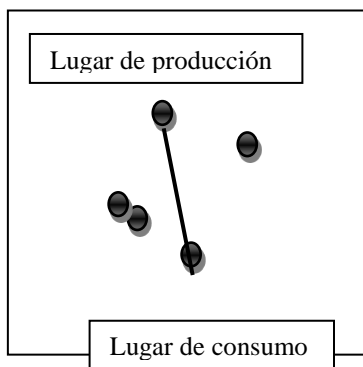
ILUSTRACION # 1

1.3.1 Transporte terrestre.

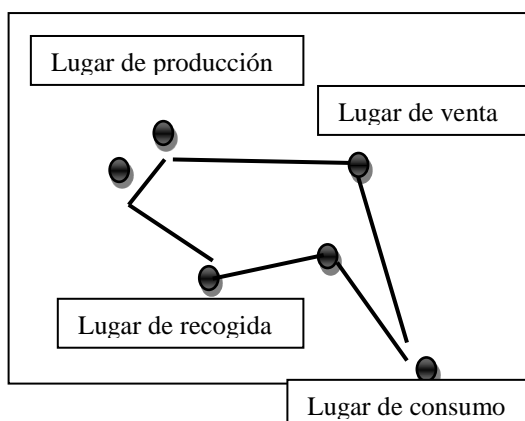
El transporte terrestre es aquel cuya movilización y distribución de las redes se extienden por la superficie de la tierra. La gran mayoría de transportes terrestres se realizan sobre rueda, claro está que cabe mencionar existen en este medio ruedas sobre rieles y ruedas sobre piso.

La infraestructura vial o redes de interconexión están conformadas por carreteras, caminos, ferrocarriles y otras redes especiales (eléctricas, de comunicaciones, oleoductos y gaseoductos).

El uso de estas redes transporte terrestre se forma desde dos perspectivas diferentes como primera opción mencionamos, cuando se traslada un mercancía de un lugar a otro formando una sola línea, esta es la unión de dos puntos en un mismo territorio formando un ciclo Ej:



Como segunda opción encontramos el movimiento de mercancías o personas en una ruta es decir recoger y entregar en varios puntos en un mismo territorio o en distintos territorios formando una red o una ruta Ej.:



1.3.2 Transporte por carretera:

Es el más importante en la actualidad tanto para mercancías como para personas, debido al gran desarrollo de los vehículos públicos y privados, (coches, camiones o autobuses). Su ventaja radica en la gran flexibilidad que presenta, pues no se restringe a seguir unas rutas fijas como el ferrocarril, sino que dada la interconexión de los diferentes ejes se puede llegar a cualquier lugar siguiendo las carreteras. Como desventajas presentan el elevado coste de construcción y mantenimiento de las infraestructuras viarias, o la congestión generada debido al aumento de los flujos.

El origen de esta red hay que buscarla en los antiguos caminos de herradura que fueron transformados desde finales del siglo XIX y durante todo el siglo XX en carreteras. Además se han ido construyendo nuevas vías que han ido facilitando el transporte y jerarquizando la red, así encontramos redes viarias compuestas por autopistas, autovías, vías rápidas, carreteras de diferentes anchos y caminos asfaltados o ripiados. En los países desarrollados, la red es densa y altamente jerarquizada, constituyendo el principal objetivo de las autoridades el mantenimiento de las infraestructuras ya construidas y la transformación en autopistas de las vías de circulación más densas; mientras que en los países subdesarrollados, la red es bastante menos densa y presenta problemas de acondicionamiento, asfaltado, sinuosidad, etc.

1.3.3 Transporte por ferrocarril:

Su principal ventaja radica en su capacidad para transportar grandes volúmenes de mercancías, que se contrapone con su inflexibilidad, pues únicamente puede alcanzar los lugares a los que lleguen las vías férreas. Su desarrollo se

concentró en el siglo XIX en el seno de los países desarrollados, siendo soporte de la primera revolución industrial. La mayor parte de la red ferroviaria procede de esos momentos. Durante el siglo XX, le surgieron grandes competidores, como el avión para el transporte de viajeros de larga distancia o el transporte por carretera para la corta distancia y las mercancías. El ferrocarril se ha adaptado a las nuevas circunstancias desarrollando más velocidad, mayor confort y especialización en el tráfico de mercancías (contenedores, cisternas, vagones frigoríficos...). El futuro del ferrocarril está en las redes de Alta velocidad, que actualmente se están diseñando, como es el caso de la red europea.

1.3.4 Transportes especiales:

Estas redes son exclusivas para transportar un único producto, como el petróleo a través de oleoductos, el gas a través de gaseoductos, la energía eléctrica a través de las redes de Alta tensión, o la información a través de la red telefónica.

1.3.5 Transporte Aéreo.

El transporte aéreo se ha desarrollado a lo largo del siglo XX, con especial incidencia a partir de la segunda mitad del siglo, cuando los avances técnicos aplicados a la aviación (motor a reacción, sistemas de vuelo...) han producido aviones más rápidos, seguros y de mayor capacidad. En un principio su uso civil era casi exclusivamente para el transporte de viajeros, y de mercancías poco voluminosas, aunque con el paso del tiempo van adquiriendo mayor importancia otro tipo de mercancías, que necesitan una rápida distribución. En el transporte de viajeros, se ha experimentado un claro aumento de los usuarios, debido tanto al aumento del número de plazas disponibles, como a la bajada de las tarifas aéreas,

así como la diversificación de los destinos tanto a largo (más de 4000 Km) como a corto recorrido (alrededor de 1000 Km).

El transporte aéreo necesita para su funcionamiento de aeropuertos, que son enormes infraestructuras dedicadas a las operaciones aéreas. Estas son grandes consumidoras de espacio, tanto para las pistas de aterrizaje y despegue como para las edificaciones necesarias para un correcto funcionamiento aeroportuario: Hangares (lugares de almacenamiento y reparación de los aviones), terminales de viajeros y mercancías, aparcamientos, almacenes, edificios de servicios, etc. Los aeropuertos suelen ser nudos de comunicación de varios medios de transporte, por lo que a sus inmediaciones llegan autopistas, carreteras o líneas de ferrocarril, que facilitan la comunicación con el resto del país.

La presencia de aeropuertos induce a la localización en torno a ellos de una serie de actividades económicas relacionadas con él, tales como hoteles, empresas de alquiler de vehículos, empresas de transporte urgente, centros de negocios, etc., que generan una dinámica económica muy importante en la zona.

1.3.6 Transporte acuático.

El transporte acuático es el realizado mediante barco, pudiéndose distinguir entre el transporte fluvial (por ríos y canales) y el marítimo. Su principal ventaja radica en poder transportar mercancías voluminosas a bajo coste, mientras que en contrapartida la velocidad del transporte es bastante menor. Esta velocidad ha provocado la decadencia del transporte de viajeros de larga distancia (copado por el transporte aéreo), mientras que en las cortas distancias se mantienen en formas de ferry (barcos relativamente rápidos que cubren frecuentemente líneas de pasajeros de corta distancia).

Tanto el transporte fluvial como el marítimo necesitan de puertos para prestar sus servicios, estas infraestructuras sirven para la interconexión entre diferentes medios de transportes, por lo que deberán tener las edificaciones y almacenes necesarios para el desarrollo de su actividad.

1.3.7 Transporte fluvial.

Los ríos son excelentes vías para adentrarse en los continentes, aunque no todos los ríos son navegables, dependiendo del caudal, el relieve del cauce (que no formen rápidos ni cataratas), del clima (algunos ríos se hielan en invierno y otros se secan en verano), de la compatibilidad con otros usos (represas para abastecimiento humano, producción de energía, regadío), etc. A pesar de estos condicionantes, existen numerosas redes de transporte fluvial en el mundo, como en el Reino Unido o en el norte de Europa, en la que se han unido varios ríos mediante canales (Ej. Danubio y Rhin).

1.3.8 Transporte marítimo.

Está centrado en la actualidad prácticamente en el transporte de mercancías, quedando el de pasajeros reducido a los viajes de placer o cruceros y al transporte de corta distancias realizados por de los Ferry. El desarrollo de la marina mercante se ha basado en el aumento del tonelaje de los barcos (capacidad de las bodegas), la especialización (barcos dedicados al transporte de un solo producto: petroleros, barcos frigoríficos, porta contenedores, etc.) y cierto aumento de la velocidad.

Estas transformaciones han hecho que se reduzca el coste del transporte de las mercancías. Por otra parte el aumento del comercio marítimo ha redundado en la necesidad de mayores espacios para almacenes, contenedores, industrias asociadas a productos transportados por barco (refinerías, petroquímicas, etc.), con lo que los

puertos han crecido considerablemente, alejándose del centro de las ciudades portuarias.

1.3.9 Transporte Multimodal.

Se entiende por transporte multimodal, intermodal o combinado, la operación de tránsito mediante el cual el transporte de mercancías se realiza por dos o más modos de transporte, existe un sin número de combinaciones de modos de transporte para el traslado desde un lugar donde el operador del transporte multimodal se hace cargo de las mercancías, a otro lugar designado para su entrega, situado en un país diferente o en el mismo país. La selección del modo de transporte para el envío de mercancía depende de muchos factores entre los cuales tenemos: tipo de mercancía, volumen, peso y cantidad, todos estos factores influyen en costo de enviar.

El transporte multimodal ejerce una importante influencia en la economía del país, ya que contribuye al mejoramiento en la logística del transporte de cargas. La ventaja de utilizar la combinación de sistemas de transporte se refleja en la eficiencia y el costo de cada uno de ellos. El comercio internacional es un factor determinante en la economía y por esta razón ningún país puede permanecer ajeno a las nuevas tecnologías asociadas al transporte multimodal que se han implementado últimamente en los últimos años por Ejemplo algunos países industrializados cuentan con la utilización de toda la gran variedad de combinaciones de sistemas de transporte tanto internas como externa, mientras países sub desarrollados como Colombia la combinación de sistemas de transporte

internamente se ve afectado por la falta de explotación de vías férreas y estructuración de los vías fluviales ,

El transporte multimodal, sustentado tecnológicamente en movimientos intermodales con servicios de puerta a puerta, tiene un basamento jurídico-comercial que da responsabilidad integral de todo el proceso, mediante un contrato único, a un operador de transporte multimodal (OTM). Por el contrario, el transporte segmentado requiere de varios contratos para la realización de movimientos intermodales de puerta a puerta.

IDENTIFICACIÓN DE CARACTERÍSTICAS	COSTE	CAPACIDAD	RAPIDEZ	SEGURIDAD	TIPO DE MERCANCIA
CARRETERA	Medios	Bajo	Alta	Media	Todas
FERROCARRIL	Medios	Alto	Medios	Alta	Contenedores y Granel
AÉREO	Alto	Baja	Muy Alta	Muy Alta	de alto valor, Perecederos, Animales vivos, M. peligrosas
MARÍTIMO	Bajo	Muy Alta	Bajo	Alta	Contenedores y Granel
MULTIMODAL	Medio	Medio	Alta	Media	Todas

Tabla de Características para la elección de un modelo de transporte para envío de mercancía.

1.4 MODELOS DE DISTRIBUCION

⁷Un modelo de distribución representa desde un punto de vista logístico la infraestructura física de que dispone la empresa para situar sus productos en el mercado.

La complejidad de la red de distribución dependerá necesariamente de la naturaleza del negocio, de las características del mercado, del servicio que nos programamos dar al cliente y por supuesto de las condiciones geográficas e industriales en el que nos desenvolvemos; no obstante, a efectos puramente didácticos podemos agruparlos básicamente en cinco modelos típicos de distribución, cuyo contenido explicamos a continuación.

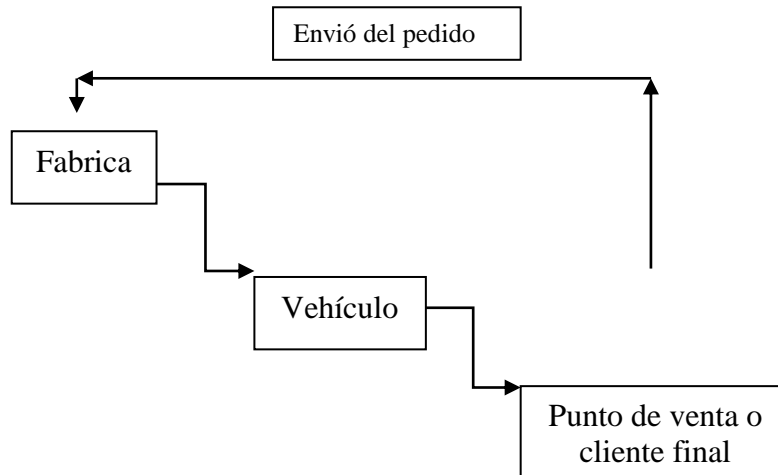
1.4.1 Modelo A: Distribución directa.

Este modelo supone la entrega directa del producto desde el fabricante al consumidor. Típicamente se utiliza en empresa que fabrican sobre pedido, como ocurre con los llamados artículos profesionales y en general con todos aquellos cuyo diseño y/o fabricación se hace por encargo.

Desde el punto de vista logístico es una situación ideal, ya que evita el mantener una infraestructura de almacenaje, así como las inversiones en stocks correspondientes; sin embargo, desde un punto de vista industrial, se requiere un esfuerzo especial para flexibilizar al máximo la fabricación y conseguir unos tiempos cortos y fiables de respuestas al cliente.

⁷ Logística integral la gestión operativa de la empresa por Julio Juan Anaya Tejero. España 2011 Pag 140

Distribución directa



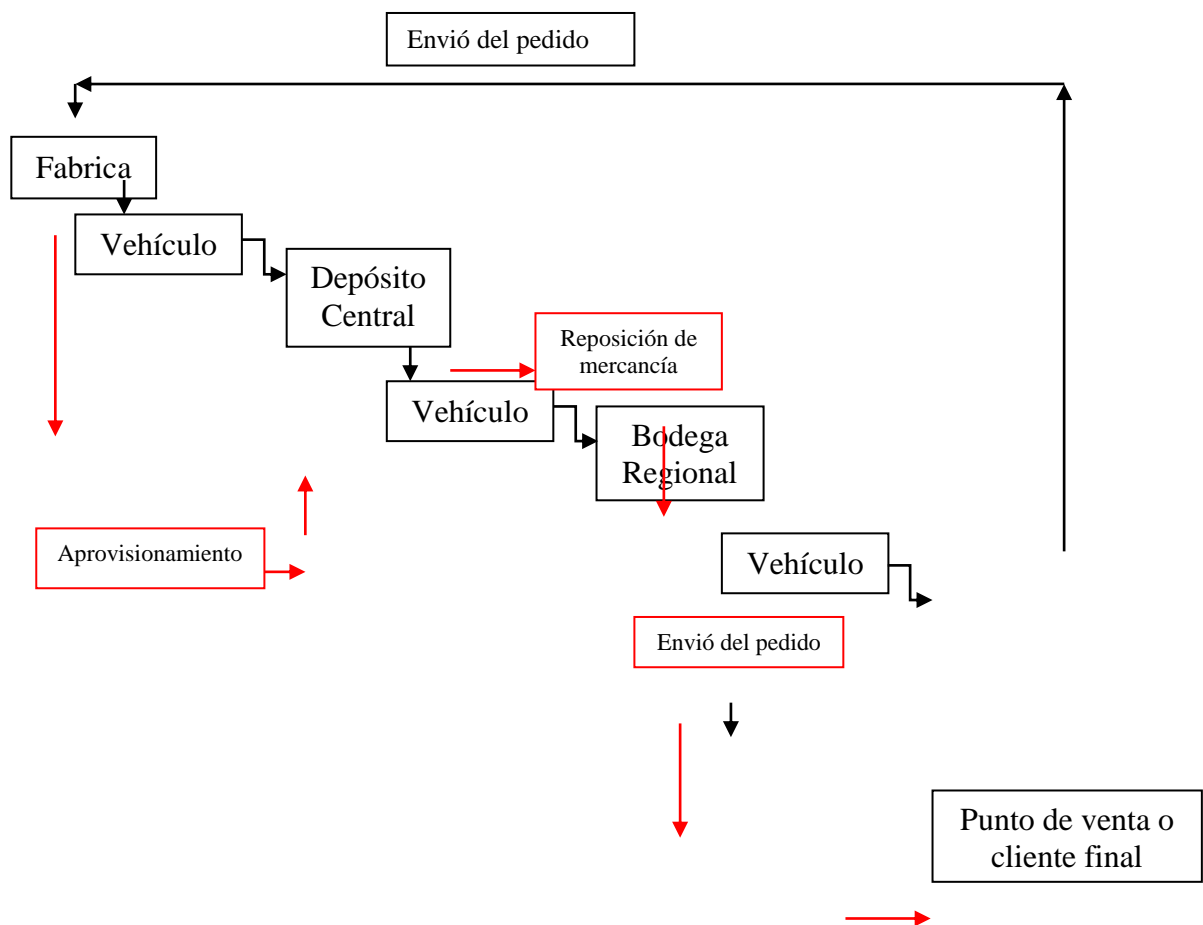
1.4.2 Modelo B: Distribución escalonada.

Está basado este modelo en la existencia de uno a varios almacenes centrales (reguladores), que reciben la producción directamente desde la fábrica o proveedores y que posteriormente la entregan a unos almacenes regionales desde donde se efectúan en su momento la distribución final al punto de venta.

El objetivo de estos modelos tradicionales no es otro que el aproximar el producto (Stocks regionales) a los puntos de consumo, con objeto de facilitar una rápida entrega a los canales de venta correspondiente. Como contrapartida esta, obviamente, la necesidad de mantener una infraestructura costosa de almacenes centrales y periféricos, con las consiguientes duplicidades del stock de seguridad y aumento del costo global de distribución.

En este modelo, los pedidos de los clientes se reciben directamente en los almacenes regionales, desde donde se prepara la expedición. A su vez, los almacenes regionales se aprovisionan del stock desde los almacenes se centrales, a través de uno de los sistemas de reposición.

Distribución Escalonada



1.4.3 Modelo C: Almacén central-depósitos (Operaciones cross-docking)

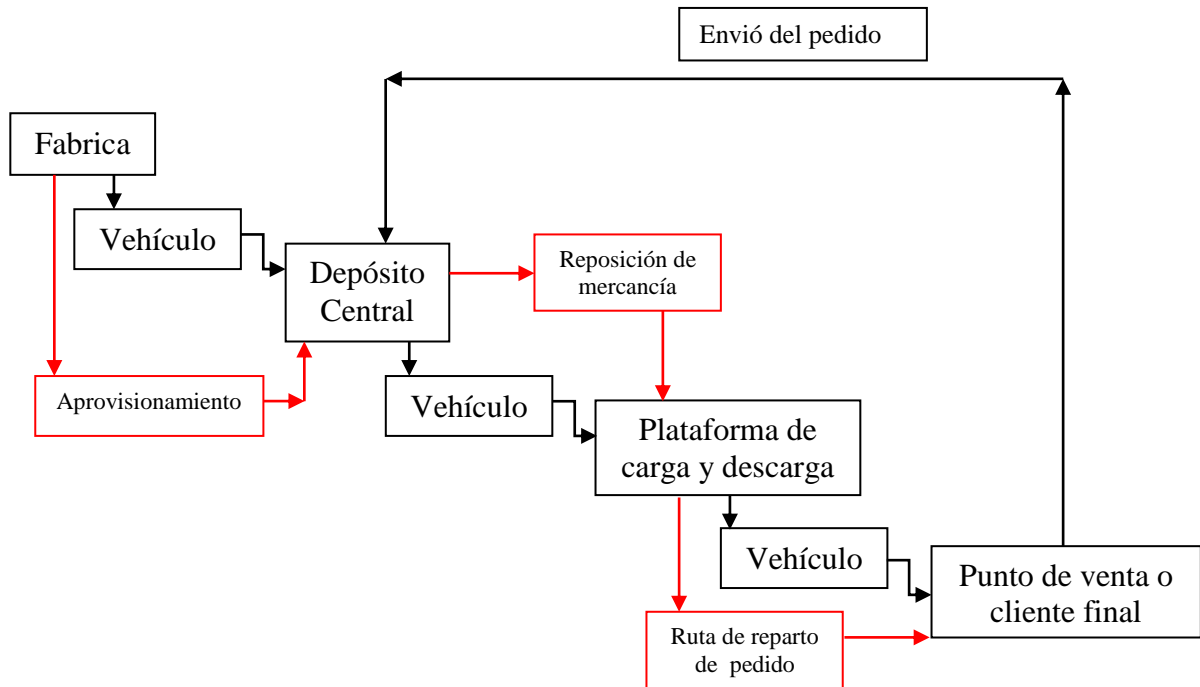
Este modelo elimina el concepto de almacenes regionales y lo sustituye por unas plataformas de carga/descarga (depósitos), en las cuales no existe el concepto de stock almacenado, sino que son meras unidades de tránsito en donde las mercancías se reciben ya empacadas, con destino al punto de venta. Normalmente, el depósito se encarga únicamente de una agrupación final de producto para su entrega rápida al punto de destino; en otros casos hacen algunas operaciones previas, tales como empacado final, etiquetaje, albaranes, etc., todo dependiendo de la organización del proceso distributivo; con frecuencia también se utiliza como punto de recogida de las devoluciones para facilitar un retomo conjunto y más económico al almacén central.

En todo caso, el punto más importante de este concepto es que la mercancía permanece en el depósito un tiempo medido en términos de horas, no existiendo almacenamiento de producto en el sentido de inventarios anticipados.

Normalmente los pedidos se reciben en el almacén central, desde donde se preparan ya en forma primaria las expediciones con destino al punto de venta.

Los depósitos reciben a su vez información anticipada – vía teleproceso – de los pedidos que van a recibir y de su destino, hoja de ruta, etc., con objeto de preparar de antemano su distribución final.

Distribución plataforma (Operaciones cross-docking)



1.4.4 Modelo D: Distribución directa desde almacén central.

Está basado en posibilidad de distribuir directamente desde en almacén central a la red de distribuidores o concesionarios. Representa un ahorro sustancial en la infraestructura de distribución por el hecho de no existir almacenes periféricos. Sin embargo, es un modelo que solo puede aplicarse cuando su implantación no suponga detrimento del grado de servicio, ni altere demasiado el costo del transporte. Frecuentemente, este sistema va ligado a una subcontratación de transporte con agencia especializada.

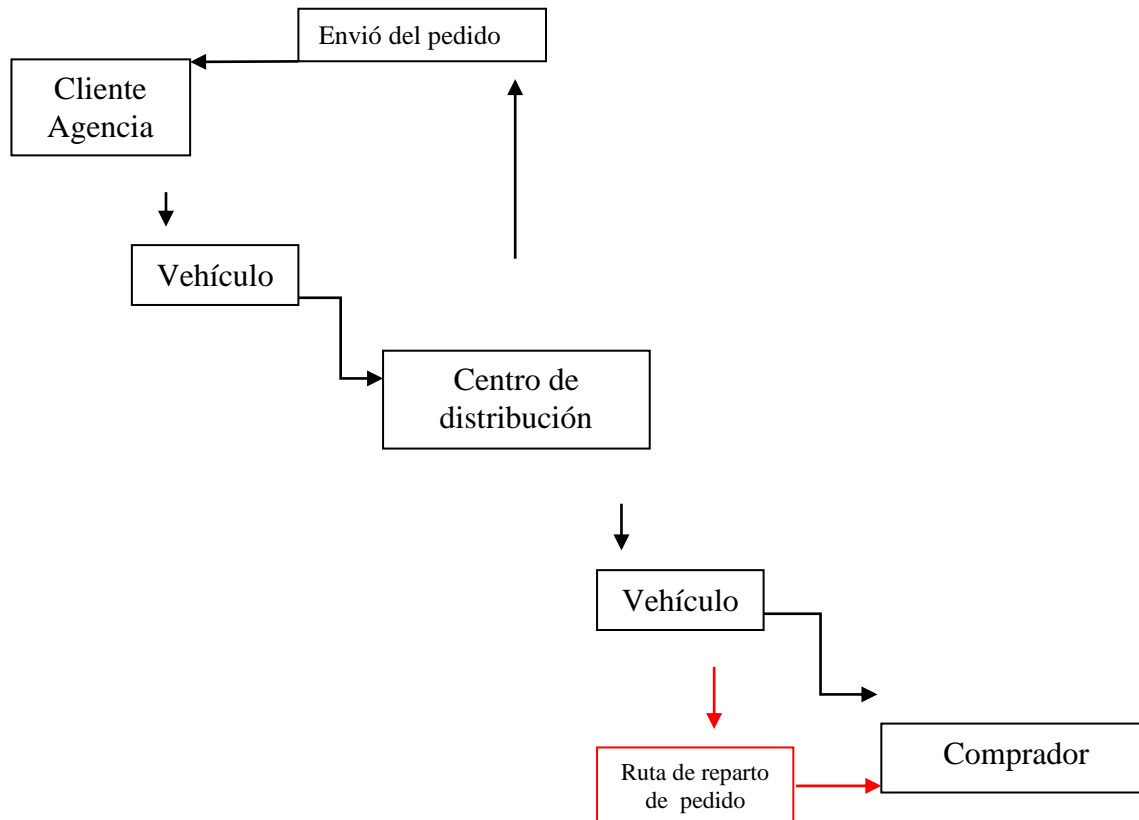
Es típico de las empresas que tienen solo un mercado local o regional, si bien también se da en las llamadas centrales de distribución de empresas multinacionales, que abastecen directamente desde un punto central a diferentes organizaciones nacionales.

1.4.5 Modelo E: Planta de distribución.

Este sistema está basado en la creación de un centro de distribución que recoge los pedidos desde una amplia red de suministradores y proveedores para, a su vez distribuirlo directamente a los puntos de ventas o entrega de la mercancía. este modelo se está generalizando cada vez más, sobre todo en empresas cuyo objetivo fundamental es la distribución puntual de productos, tales como distribuidoras editoriales, servicios courier o de paquetería express, etc., siendo cada vez más utilizado por los llamados operadores logísticos.

Una planta de distribución implica un servicio ágil de recogida de pedidos, preparación de expediciones y programación de la distribución y supone a su vez un valor añadido importante para el cliente, tal como suministros inmediatos, respuestas rápidas, manipulaciones especiales del producto con fines de consolidación, embalaje, etiquetaje, etc.

Planta de distribución



1.5 Problema de ruteo de vehículos

El problema de ruteo de vehículos (VRP por sus siglas en ingles), consiste en el problema de asignar rutas a vehículos para visitar clientes que se encuentran dispersos en un área y en el cual los vehículos se encuentran ubicados en un depósito central desde el cual deben iniciar su recorrido y al cual deben retornar una vez terminada la ruta asignada al inicio del periodo. Este problema se presenta en los

niveles operativos de las estrategias logísticas; una vez definido el modo de transporte adecuado para la distribución de la mercancía nos encontramos con que para los distribuidores pequeños y los distribuidores al menudeo el reto consiste en diseñar rutas óptimas para la entrega de mercancía ya que los costos variables de transporte para los vehículos de carga utilizados en estas labores suelen ser bastante altos en comparación con los costos variables en que se incurre en otros modos de transporte; estos están representados en costos de combustibles, fletes, peajes, mantenimiento y reparación, lubricantes y repuestos los cuales dependen de las distancias recorridas y los tiempos de operación. Resulta claro que un buen diseño de rutas que minimice tiempos de operación y distancias recorridas reduce los costos logísticos de operación que como se sabe representan un alto porcentaje de costo final del producto elaborado.

En⁸ se menciona este tipo de problemas como diseño de rutas para vehículos indicando que dado que los costos de transportación normalmente se hallan entre un tercio y dos tercios de los costos logísticos totales, mejorar la eficiencia mediante la máxima utilización del equipo de transportación y de su personal es una preocupación importante. El tiempo durante el cual los artículos están en tránsito se refleja en el número de envíos que pueden hacerse con un vehículo en un periodo dado, así como en los costos totales de transportación para todos los envíos. Un problema frecuente en la toma de decisiones es reducir los costos de transportación y mejorar el servicio al cliente encontrando los mejores caminos que debería seguir un vehículo en una red de carreteras, líneas ferroviarias, líneas de embarque, o rutas de navegación aérea que minimicen el tiempo o la distancia.

⁸ Ballou, pag 250

El VRP es un problema de optimización combinatoria del cual se pueden encontrar en la literatura trabajos desde los años 50. Los estudios se iniciaron con el planteado inicialmente por Dantzig & Ramser (1959), en el cual existe un depósito central desde el cual se despachan un número determinado de camiones para atender la demanda de un conjunto de clientes ubicados en diferentes puntos geográficos, según este planteamiento, El VRP puede ser representado a través de la teoría de grafos. En⁹ se presenta una formulación general de programación lineal para el problema de transporte referido a la distribución de cualquier bien desde cualquier grupo de centros de abastecimiento llamados orígenes a cualquier grupo de centros de recepción llamados destinos, de tal manera que se minimicen los costos totales de distribución, así, el origen i ($i = 1, 2, 3, \dots, m$) dispone de s_i unidades para distribuir a los destinos y el destino $j = (1, 2, 3, \dots, n)$ tiene una demanda d_j de unidades que recibe desde los orígenes. Una suposición básica es que el costo de distribución de unidades desde el origen i hasta el destino j es directamente proporcional al número distribuido, donde C_{ij} denota el costo por unidad distribuida.

Con esta formulación sencilla que puede ser resuelta con programación lineal se puede modelar distribución de mercancía desde fabricantes hacia grandes centros de distribución, sin embargo cuando se trata de entregas de mercancías a clientes dentro de una ciudad el problema es mucho más complejo así como su formulación, de este tipo de problemas se formula el TSP (traveling salesman problema, por sus siglas en inglés) o el problema del agente viajero presentado inicialmente por Dantzig, Fulkerson & Johnson (1954), que consiste en asignar una ruta de entrega de mercancía a un agente que debe entregar pedidos en diferentes puntos dispersos en un área geográfica de tal manera que se minimice la distancia recorrida.

⁹ Hillier and Lieberman, 1997

El VRP en su forma más simple puede ser representado por un grafo dirigido $G(A,V)$, donde: $V = \{0,1,...,n\}$ representa el conjunto de nodos y A el conjuntos de arcos que conectan cada uno de los nodos. En un VPR, el deposito es el nodo $j = 0$, y los clientes los nodos $j = 1, 2, ..., n$ cada uno con demanda $d_j > 0$. El conjunto de arcos representa el desplazamiento de un nodo i hasta un nodo j , donde, a cada arco está asociado un costo de recorrido $C_{ij} > 0$. Si $C_{ij} = C_{ji}$ entonces el VRP se considera simétrico, en caso contrario se considerara asimétrico. Desde el punto de vista de complejidad el problema del VRP es considerado como NP completo.

En un VRP se deben resolver dos interrogantes básicos: primero, ¿Qué clientes se debe asignar a cada uno de los camiones? y a partir de allí resolver un TSP que responde a la pregunta ¿Cuál es la ruta para cada vehículo que optimiza la distancia o costo del recorrido? Para dar solución a dichos interrogantes se deben tener en cuenta las siguientes restricciones: un nodo puede ser visitado una sola vez por un solo vehículos, la demanda del conjunto de nodos asignados a un vehículo no debe exceder su capacidad y la ruta asignada a cada vehículo debe comenzar y terminar en el depósito central.

Existen diferentes variantes del VRP dependiendo de las restricciones que se consideren en el planteamiento del problema en cuestión, las restricciones que se tienen en cuenta en estos problemas son considerar ventanas de tiempos, flota heterogénea de vehículos, múltiples depósitos, entrega y recogida de mercancía, entrega fraccionada entre otras, estas diferentes variantes se consideraran más a fondo en el capítulo 2. Una variante de este problema es el caso en el cual se permite cierta flexibilidad en la asignación de los vehículos a los depósitos admitiendo que los vehículos terminen su ruta en cualquiera de los depósitos. La restricción de múltiples depósitos aumenta la complejidad del problema simple de

ruteo de vehículos que ha sido extensamente estudiado en el campo de la optimización combinatoria y para el que se han generados todo tipo de métodos de solución, sin embargo es sabido que en la gran mayoría de los casos presentes en la realidad de las operaciones logísticas de transporte dentro de las organizaciones se cuenta con múltiples depósitos o puntos de abastecimiento desde los cuales los vehículos pueden cargar mercancía para entregar a los clientes, por ello la importancia del estudio de los problemas con múltiples depósitos.

Han pasado más de 50 años desde que fue publicado como se mencionó el primer trabajo acerca de VRP presentado por Dantzig, Fulkerson & Johnson (1954), trabajo que trato sobre un TSP en gran escala. Se puede demostrar que el TSP es un caso particular de los VRP. Este trabajo sirvió como base para otros que dieron más formalidad a los VRP como el presentado por Dantzig & Ramser (1959), que se basó en el problema de despacho de camiones. El primer trabajo que involucro problemas con más de un vehículo y un deposito fue el presentado por Clarke & Wright (1964). Más tarde Orloff (1974) define el problema fundamental de ruteo de vehículo dándole solución a través de heurísticas basadas en aquellas diseñadas para resolver el TSP.

El primer trabajo publicado que presento la frase “Vehicle Routing Problem” en su título fue atribuido a Christofides (1976) el cual plantea la estructura completa de los VRP dando métodos de solución exactos y aproximados para estos problemas. Golden, Magnanti & Nguyen (1977) implementan los algoritmos de ruteo de vehículos comparándoles y aplicando extensiones para reducir los tiempos de cómputo y aumentar la cantidad de los puntos de demanda, a su vez son los primeros en plantear un algoritmo para solucionar con múltiples depósitos. Más temprano en los 70s habían emergido una serie de trabajos acerca de VRP: ruteo de

flota por Levin (1971), diseño de redes de transporte por O'Connor & De Wald (1970) y gestión de la distribución por Eilon, Watson-Gandy, & Christofides (1971). Los contenidos probabilísticos solo fueron introducidos a finales de los 70s por Golden & Stewart (1978).

Durante los 80s y principio de los 90s, se presentaron muchas variantes sobre el problema VRP clásico: Laporte & Nobert (1983) plantea la restricción de capacitado (CVRP) para problemas con vehículos idénticos y de igual capacidad. Solomon (1983) adiciono la restricción de ventanas (VRPTW) y realizó un conjunto de problemas para mejoramiento y comparación llamadas "Instancias de Solomon", luego Savelsbergh (1985) fue uno de los primeros en proponer métodos algorítmicos de optimización y búsqueda local para dar solución a los VRPTW. Kirca (1984) fue el primer referente de los problemas de PickUp and Delivery (VRPPD) proponiendo modelos y procedimientos que dan solución al problema, más tarde Min (1989) propuso el problema VRPPD con múltiples vehículos y recogida y entrega simultánea. Dror & Trudeau (1989) propuso una modificación sobre el VRP básico, haciendo que un punto de demanda sea atendido por varios vehículos (SDVRP de sus siglas en ingles Split Delivery VRP). La variante del VRP con múltiples depósitos (MDVRP) fue planteada por Laporte, Nobert & Taillefer (1988), luego Carpaneto et al (1989) propusieron un algoritmo basado en ramificación y acotamiento para dar solución al problema.

En los años 90s el desarrollo e investigación en torno a los VRP creció de forma exponencial. Primero, gracias a la capacidad y la disponibilidad de cómputo, los investigadores pudieron desarrollar y aplicar técnicas un poco más complejas que las anteriores. A partir de esta década se introducen las meta heurísticas como modelos que empleaban algoritmos de búsqueda, locales y globales, para darle solución a los

diferentes problemas de VRP planteados en la década pasada empleando también métodos de optimización combinatoria. Los Algoritmos Genéticos fueron por su sencillez y adaptación a los problemas la meta heurística que más se trató de explotar desde 1989 en los diferentes problemas de VRP. En la literatura las primeras evidencias de estos trabajos la dejó Thompson & Psaraftis (1989) y Thangiah, Nygard, & Juell (1991). En sus inicios, Tabu Search fue la metaheurística mas probada y con mejores resultados como lo muestran Pureza & França (1991). Simulated Annealing es la que menos deja resultados en los inicios de esta década, solo Alfa, Heragu & Chen (1991) plantearon un método de combinación con heurísticas 3-OPT. La meta-heurística GRASP solo tiene una referencia en esta década y fue desarrollada por Kontoravdis & Bard (1995) donde aplicaron el modelo sobre el problema con ventanas de tiempo. Ant Colony fue la menos estudiada de la década. El primer indicio aplicado a VRP fue planteado por Bullnheimer, Hartl & Strauss (1997). Como conclusión de esta década, se puede referenciar el trabajo de Gendreau, Laporte, & Potvin (1998) los cuales presentaron un estudio de aplicaciones de diferentes meta heurísticas a los problemas de VRP.

Desde el año 2000 hasta la fecha, se ha trabajado en muchas comparaciones de métodos de solución exactos, heurísticos y Meta heurísticos, además de ciertas variantes especiales del VRP como el VRP estocástico (SVRP por sus siglas en ingles de Stochastic VRP). Si bien la primera referencia esta dada por Cook & Russell (1978), a través de un estudio de simulación, el poco desarrollo y accesibilidad de los computadores retraso mucho las pruebas y soluciones de buenos modelos. Para una revisión de SVRP se puede ver Gendreau, Laporte, & Seguin (1996), Yaohuang, Binglei, & Qiang (2002), y para estudiar métodos algorítmicos de solución se puede referenciar Park and Hong (2003).

1.6 Investigación de operaciones

La investigación de operaciones como muchos avances tecnológicos y científicos de la actualidad tuvo sus orígenes en la milicia, la necesidad de optimizar las operaciones militares de asignar recursos escasos en medio de la segunda guerra mundial llevo a los altos mandos militares a integrar equipos de científicos en diversas áreas para realizar investigación sobre las operaciones militares, lo cual llevo a muchas operaciones exitosas durante la guerra. El éxito conseguido a través de esta técnica llevo a que con el auge de la revolución industrial muchos se dedicaran a mejorar la técnica de la investigación de operaciones y debido a la creciente complejidad de las organizaciones y la cantidad de departamentos que con el tiempo se fueron creando se dio la necesidad de aplicar estas técnicas para mejorar las operaciones de la empresa como un todo optimizando las actividades de cada departamento bajo un objetivo común.

Una definición formal de la investigación de operaciones la encontramos en¹⁰ que la define como la aplicación de métodos científicos en la mejora de la efectividad en las operaciones, decisiones y gestión. También la define como la aplicación del método científico a los problemas complejos producidos en la dirección y gestión de grandes sistemas de hombres, maquinas, etc. La principal característica consiste en construir un modelo científico del sistema del cual se pueden predecir y comparar los resultados de diversas estrategias, decisiones incorporando medidas del azar y del riesgo. El objetivo es ayudar a los responsables a determinar su política y actuaciones en forma científica. En¹¹ se documenta a cerca del tema lo siguiente: La investigación de operaciones significa “hacer investigación sobre las operaciones”.

¹⁰ Modelos Matemáticos de Optimización, pag 5

¹¹ Hillier and Lieberman, pag 3

Entonces la investigación de operaciones se aplica a problemas que se refieren a la conducción y coordinación de operaciones (o actividades) dentro de una organización. La naturaleza de la organización es esencialmente inmaterial y, de hecho, la investigación de operaciones se ha aplicado de manera extensa a áreas tan diversas como la manufactura, el transporte, la construcción, las telecomunicaciones, la planeación financiera, el cuidado de la salud, la milicia y los servicios públicos, por nombrar solo unas cuantas. Así la gama de aplicaciones es extraordinariamente amplia.

El proceso de aplicación de la investigación de operaciones para la resolución de problemas en las organizaciones, como se mencionó parte del método científico iniciando con una fase de observación del problema en cuestión junto con su entorno, luego se realiza una recolección de datos que lleve a una descripción precisa del mismo, que debe ser tan cercana a la realidad como sea posible si se quiere que el modelo genere soluciones eficaces y no idealizadas; luego se genera una formulación matemática (modelo matemático) que es en esencia una representación abstracta del problema real asumiendo que el modelo es una representación precisa de las características de la situación real con lo que las respuestas obtenidas de la solución del mismo aplicaran para el problema real. Finalmente se realizan los experimentos para probar que el modelo se comporta como el sistema real, se modifica si es necesario y se verifica su aplicabilidad y se generan las conclusiones para el proceso de toma de decisiones dentro de la organización.

La aplicación de la investigación de operaciones en la solución de problemas en la industria implicó el desarrollo de herramientas para la formulación y modelación de dichos problemas como son:

1.6.1 Programación lineal

Que utiliza un modelo matemático con funciones lineales como su nombre lo indica para modelar una situación, esto implica que todas las funciones y ecuaciones presentes en el modelo deben ser lineales las que programadas en una computadora son relacionadas según la lógica del modelo para encontrar la combinación de relaciones que mejor alcance un objetivo específico, esta herramienta tiene aplicación en problemas de asignar recursos limitados a actividades y establecer la cantidad de los mismos que se asignaran a cada actividad, asignación de ubicaciones para diferentes productos en la producción, la selección de una cartera de inversiones, entre otras.

1.6.2 Programación dinámica

La diferencia más clara con respecto a la programación lineal es que la formulación matemática para la programación dinámica brinda un enfoque general para la solución de varios problemas y no una formulación específica para un problema, es una técnica matemática utilizada en los casos en que se requiere tomar varias decisiones relacionadas entre sí mediante un procedimiento sistemático para determinar la combinación óptima de decisiones desarrollando ecuaciones específicas para representar cada caso por separado.

1.6.3 Programación entera

Programación matemática en la cual las asignaciones se dan solo sobre valores enteros, su aplicación son aquellos problemas que si se modelan con programación lineal, la solución óptima que genera el modelo podría no tener sentido

en la realidad debido a que los modelos lineales asignan fracciones de unidades, tales son aquellos casos en que las asignaciones sean máquinas, personas o piezas o vehículos.

1.6.4 Teoría de colas

La teoría de colas hace referencia al estudio de sistemas en los cuales la demanda de un servicio o un bien es mayor que la capacidad de proveerlo o suministrar o procesar el bien requerido, a estos sistemas se les llama colas o líneas de espera. En la modelación de estos sistemas se aprovecha las propiedades o el comportamiento teórico de ciertas distribuciones de probabilidad ya que no es posible saber con certeza el momento o la frecuencia con que se solicitará el bien o servicio ni los tiempos de atención o procesamiento de los pedidos para predecir características vitales para el proceso de toma de decisiones como tiempos de espera promedios.

1.6.5 Teoría de inventarios

Los modelos de inventario permiten tener información relevante que ayude a decidir sobre la política de inventarios a establecer en una organización respondiendo a las interrogantes de cuándo y en cuanto reabastecer el inventario

Otras herramientas desarrolladas con la investigación de operaciones son: La teoría de juegos, análisis de decisiones, simulación de procesos, cadenas de markov, programación no lineal entre otras.

1.7 Optimización combinatoria y modelación matemática

Según ¹²La optimización consiste en la selección de una alternativa mejor, en algún sentido, que las demás alternativas posibles. Es un concepto inherente a toda la investigación operativa, sin embargo, determinadas técnicas propias de la investigación operativa se recogen bajo el nombre de optimización o programación matemática.

La modelación matemática consiste en la representación simbólica idealizada de una situación o problema a través de expresiones matemáticas. Existen en la realidad cantidad de modelos o representaciones con las cuales estamos muy familiarizados como lo son las maquetas, los globos terráqueos, los retratos entre otros. Su importancia reside en que un modelo facilita el estudio y análisis del comportamiento de un sistema y permite conocer sus interrelaciones ya que representa la esencia de la situación real con la ventaja de que por estar representada en ecuaciones matemáticas y expresiones permite tomar decisiones y experimentar sobre el sistema sin las pérdidas en que se incurre cuando se experimenta y se realizan cambios en los sistemas reales.

Los problemas de optimización se componen generalmente de estos ingredientes:

1.7.1 Función objetivo

Es la medida cuantitativa del funcionamiento del sistema. Es la función matemática que relaciona las variables de decisión y que representa el

¹² Modelos Matemáticos de Optimización, pag 5

comportamiento del sistema. Las variables de decisión en ella están atadas a un objetivo común el cual debe ser optimizado (maximizado o minimizado según el caso). Como ejemplo de funciones objetivo se pueden mencionar: la minimización de los costes variables de operación de un sistema eléctrico, la maximización de los beneficios netos de venta de ciertos productos, la minimización del cuadrado de las desviaciones con respecto a unos valores observados, la minimización del material utilizado en la fabricación de un producto, etc.

1.7.2 Variables de decisión

Representan las decisiones que se pueden tomar para afectar el valor de la función objetivo. Desde un punto de vista funcional se pueden clasificar en variables independientes o principales o de control y variables dependientes o auxiliares o de estado, aunque matemáticamente todas son iguales. En el caso de un sistema eléctrico serán los valores de producción de los grupos de generación o los flujos por las líneas. En el caso de la venta, la cantidad de cada producto fabricado y vendido. En el caso de la fabricación de un producto, sus dimensiones físicas.

1.7.3 Restricciones

Representan el conjunto de relaciones (expresadas mediante ecuaciones e inecuaciones) que ciertas variables están obligadas a satisfacer. Son las limitaciones que se imponen sobre los valores de las variables de decisión. Por ejemplo, las potencias máximas y mínimas de operación de un grupo de generación, la capacidad de producción de la fábrica para los diferentes productos, las dimensiones del material bruto del producto, etc.

1.7.4 Parámetros

Uno de los más grandes retos en la construcción de un buen modelo matemático es la determinación de los parámetros del modelo (las constantes, coeficientes o lado derecho de las ecuaciones) ya que se requiere la recolección de datos relevantes que son estándares del sistema y que a diferencia de los modelos y problemas teóricos y de la literatura, en un sistema real no siempre se encuentran fácilmente asequibles y los métodos para su recolección deben ser verificados a fin de que los datos que se recojan sean confiables y pertinentes para el modelo, por ello en la mayoría de los casos los parámetros son simples estimaciones de valores estándares del sistema o proceso a analizar.

Resolver un problema de optimización consiste en encontrar el valor que deben tomar las variables para hacer óptima la función objetivo satisfaciendo el conjunto de restricciones.

La codificación o programación para la generación de las soluciones del modelo se realizan en lenguajes algebraicos para modelación matemática, los cuales son herramientas computacionales o lenguajes de programación especializados para la resolución de problemas de optimización combinatoria. Los lenguajes algebraicos de programación más comunes y de mayor uso en la investigación operativa son XPRESS-MP, AMPL, AIMMS y GAMS. Aunque es posible utilizar para la programación y solución de modelos de optimización hojas de cálculo y lenguajes para cálculo numérico como MATLAB e incluso lenguajes de programación de uso general como JAVA, VISUAL BASIC, C++, C, la ventaja que tienen los lenguajes algebraicos es que proveen un lenguaje de alto nivel para la representación compacta de modelos grandes y complejos, adicionalmente permiten una fácil

indexación de variables y ecuaciones lo que facilita la codificación, permiten realizar cambios en las especificaciones del modelo de una manera simple y segura, permiten cambiar sin dificultad las dimensiones del modelo, impiden la declaración ambigua de relaciones algebraicas, separan datos de resultados, permiten descripciones del modelo independientes de los algoritmos de solución, permiten la detección de errores de consistencia en la definición y verificación del modelo, se pueden usar todos los métodos algorítmicos desarrollados sin cambiar la representación o formulación hecha, se pueden introducir nuevos métodos sin que sea necesario cambiar los modelos existentes, simplifican su mantenimiento por parte de los usuarios y permiten expresar el problema de optimización independiente de los datos que utiliza lo que permite que el modelo pueda ser agrandado sin aumentar la complejidad de su representación.

Por lo anterior, vemos que la optimización combinatoria consiste en el cruce o combinación de diferentes técnicas de optimización como la programación lineal, la programación lineal entera mixta, la teoría de grafos, las matemáticas discretas y la programación entera, para resolver problemas complejos en campos como el problema de ruteo de vehículos del cual en (Laporte and Nobert, 1987), encontramos una revisión de algoritmos exactos de optimización combinatoria aplicadas a este tema. Otro campo de aplicación de las técnicas de optimización son las redes de comunicación y los problemas de ubicación de instalaciones en redes. De este tema encontramos en (Hansen et al, 1987) el estudio de la selección de un punto dentro una red para optimizar una o más funciones que son dependientes de la distancia entre puntos dados de la red como por ejemplo ubicar una planta en algún punto dentro de un sistema de transporte a fin de minimizar los costos de producción y de envío, se estudian diversas soluciones basadas en teoría de grafos. Otros problemas de optimización son los de planeación y programación en sistemas productivos tales

como el estudiado por (Gordon, Proth and Strusevich, 2004), que proponen un esquema unificado de asignación de fechas de vencimiento de pedidos para los problemas de programación determinísticos para escenarios de producción estática y el caso presentado por (Carlier et al, 2004), que proponen reglas de eliminación aplicadas al algoritmo Branch & Bound para el clásico problema de programación de operaciones Job Shop. Finalmente otros problemas de optimización son los análisis probabilísticos de algoritmos y redes dinámicas.

2 CAPITULO 2 TIPOS DE PROBLEMAS DE RUTEO DE VEHÍCULOS

2.1 El problema del agente viajero (Traveling Salesman Problem - TSP)

El problema del agente viajero es uno de los primeros problemas en ser estudiados en el campo de la optimización combinatoria y que aún se mantiene en las investigaciones en este campo. Por ser un problema de los denominados NP-Hard, lo que quiere decir que son del tipo de problemas que no se pueden resolver en tiempo polinomial en función del tamaño de la entrada o en otras palabras, en función de la cantidad de nodos presentes en el problema, no hay hasta la fecha una solución definitiva al mismo, sin embargo se han resuelto múltiples instancias del mismo que han servido de soporte para otras investigaciones en problemas similares, e.g., los problema de ruteo de vehículos. El TSP puede ser definido como el problema de encontrar la ruta más corta para un vendedor que debe recorrer un grupo de ciudades visitando cada ciudad solo una vez y regresando al lugar de partida, por lo cual muchos autores lo definen como un caso particular del problema de ruteo de vehículos en el cual se cuenta con un solo vehículo para realizar entrega de mercancías en un periodo dado. Uno de los primeros trabajos referidos a este tipo de problemas lo encontramos en (G. DANTZIG, et al, 1954), en el cual se da un concepto más generalizado del problema definiéndolo como dada una matriz $D = (d_{ij})$ simétrica de n por n , donde d_{ij} representa la distancia de i a j , el problema consiste en realizar un arreglo de puntos en un orden cíclico de tal manera que la sumatoria de todos los d_{ij} entre puntos consecutivos sea mínima. Aquí se resuelve el problema para 49 ciudades o nodos correspondientes a ciudades en cada uno de los 48 estados de EEUU y la capital aplicando un procedimiento de programación lineal con estrategias de eliminación y acotamiento.

Un trabajo en el cual también se desarrolla el concepto de TSP es el presentado años más tarde por (G. DANTZIG, AND J. H. RAMSER, 1959), en el que se aborda el problema del ruteo de camiones de entrega de gasolina desde una terminal mayorista a un gran número de estaciones de servicio de tal manera que se asignen las estaciones a la flota de camiones satisfaciendo su demanda y minimizando la distancia recorrida. Este problema se considera una generalización del TSP y se propone un procedimiento basado en una formulación de programación lineal para resolverlo. Otra generalización del TSP es la desarrollada por (C. Kepller and M. Goodchild, 1988), en la que presentan un caso multi-objetivo resuelto mediante un procedimiento heurístico aplicado satisfactoriamente a problemas de 25 nodos. (D. Applegate et al, 1998) presenta una recopilación de refinamientos a los procedimientos de programación lineal desarrollados para el TSP que permitieron resolver instancias de hasta 13,509 ciudades.

2.2 Problema de ruteo de vehículos capacitado (Capacitated VRP - CVRP)

El CVRP es un caso particular del VRP en el cual existe una flota instalada m de vehículos donde cada vehículo tiene una capacidad limitada que deben ser despachados desde un depósito central, visitar una secuencia de clientes una sola vez dentro de una ruta dada, satisfacer la demanda de los mismos, no sobrepasar la capacidad del vehículo y regresar al depósito. (J. Daza, J. Montoya and F. Narducci, 2009), presentan un concepto generalizado de este problema considerando la flota de vehículos homogénea (todos los vehículos tienen igual capacidad) definiendo el problema de la siguiente forma: dado un grafo dirigido $G = (V, E)$, donde V es el conjunto de nodos que representan las ciudades o clientes y E es el conjunto de arcos que los conectan, relacionados con la matriz de costos $C = (c_{ij})$, de tamaño $N \times N$, de modo que cada arco tiene asignado un costo c_{ij} . D es un arreglo de la forma

(p_i) que especifica la información de demanda de cada cliente. F es un arreglo de la forma (P_k) que contiene los datos de capacidad máxima de los vehículos. La flota está compuesta por M vehículos, es decir, $1 \leq k \leq M$. El problema tiene el objetivo de encontrar una matriz $X = (x_{ijk})$, de tamaño $N \times N \times M$, donde las variables binarias x_{ijk} indican si el arco (i, j) se utiliza en la solución para ser visitado por el vehículo k . Los autores presentan un procedimiento meta heurístico de dos fases basada en Tabu Search en instancias generadas y reales.

(A. Mendez et al, 2010), presenta un caso aplicado del CVRP en el problema de recolección de residuos sólidos infecciosos en la ciudad de Rio Cuarto, Argentina para el cual proponen dos métodos de solución, uno de programación entera mixta solucionado con GAMS y un procedimiento metaheurístico aplicando algoritmos meméticos. Por su parte (M. H. Fazel et al, 2010), proponen para la solución del CVRP Simulated Annealing con algoritmos de clusterización para generar las soluciones iniciales. Otros trabajos relacionados con el CVRP son los desarrollados por (G.H. Dastghaibifard et al, 2008), (G. Laporte et al, 1984), (F. Torres, 2006) y (J. E. Bell and S. E. Griffis, 2010).

2.3 Problema de ruteo de vehículos con ventanas de tiempos (VRP with time windows - VRPTW)

El VRPTW es la extensión del VRP, que adiciona la restricción de que existen ventanas de tiempo en las que los clientes deben ser atendidos. Las ventanas hacen referencia a la existencia de un límite o intervalo de tiempo dentro del cual un cliente debe ser atendido. Algunos ejemplos de este tipo de problemas son: entregas en bancos, entregas postales, recolección de residuos industriales, y ruteo y programación de buses escolares. Existen dos tipos de ventanas de tiempo que son,

ventanas de tiempo estrictas y suaves. En el caso de las ventanas de tiempo estrictas las soluciones son factibles si, además de las características o restricciones que deben cumplir las soluciones de VRP, se agregan las siguientes: la solución se vuelve no-factible si un cliente es atendido después del horario máximo permitido de su ventana de tiempo, por el contrario si el vehículo llega antes del horario más temprano de entrega de la ventana de tiempo, el tiempo de espera para dicho vehículo se incrementará, cada ruta asociada a cada vehículo está limitada a empezar y terminar dentro de la ventana de tiempo del depósito. En el caso de las ventanas de tiempos suaves el que un vehículo llegue después del horario máximo permitido dentro de la ventana de tiempo asociada al nodo no vuelve una solución no factible ya que se permiten violaciones a las ventanas de tiempo pero incurriendo en una penalización que aumenta el costo total de operación (función objetivo).

(B. Barán y A. Hermosilla, 2004) comparan un algoritmo MOACS-VRPTW, que consiste en un Sistema de Optimización basado en Colonias de Hormigas (Ant Colony Optimization) con soluciones iniciales generadas utilizando una heurística basada en la inserción más económica propuesta por (O. Bräysy, 2001) contra una estrategia evolutiva (variante del Pareto Archived Evolutionary Strategy), en la resolución multiobjetivo de este tipo de problemas de ruteo de vehículos con ventanas de tiempo. En un estudio realizado por (M. Solomon, 1987), de las diferentes heurísticas entre las cuales están las de ahorro, las de barrido y las de inserción; desarrolladas para solucionar este tipo de problemas mostró que las heurísticas de inserción en particular generan muy buenos resultados para diferentes escenarios del problema. En general los métodos aproximados son los que mejor se ajustan para brindar buenas soluciones al problema de ruteo de vehículos con ventanas de tiempos. (J. Paciello et al, 2006), por su parte estudian el problema a través del uso de meta heurísticas de colonias de hormigas, comparándolo a su vez

con problemas multi-objetivo del tipo QAP y TSP. Se propone un algoritmo multi-objetivo basado en colonia de hormigas que según los resultados supera otras propuestas planteadas para este tipo de problemas.

2.4 Problema de ruteo de vehículos con múltiples depósitos (Multiple Depot VRP - MDVRP)

El problema de ruteo de vehículos con múltiples depósitos consiste en el problema de asignar rutas a vehículos para visitar clientes que se encuentran dispersos en un área y en el cual cada vehículo se encuentra ubicado en uno de muchos depósitos desde el cual este debe iniciar su recorrido y al cual debe retornar una vez terminada la ruta asignada al inicio del periodo. La restricción de múltiples depósitos aumenta la complejidad del problema simple de ruteo de vehículos que ha sido extensamente estudiado en el campo de la optimización combinatoria y para el que se han generados todo tipo de métodos de solución, sin embargo es sabido que en la gran mayoría de los casos presentes en la realidad de las operaciones logísticas de transporte dentro de las organizaciones se cuenta con múltiples depósitos o puntos de abastecimiento desde los cuales los vehículos pueden cargar mercancía para entregar a los clientes.

En un artículo denominado “A TABU SEARCH HEURISTIC FOR THE MULTI-DEPOT VEHICLE ROUTING PROBLEM”, [87]Renaud, Laporte and Boctor(1996), estudian un problema clásico MDVRP en el cual un conjunto de clientes y una flota de vehículos es asignada a cada depósito para el cual, cada ruta comienza y termina en el mismo depósito, cada cliente es visitado únicamente por un vehículo, la demanda total en la ruta no debe exceder la capacidad del vehículo y la duración de la ruta no debe exceder el tiempo de trabajo del vehículo. El objetivo del modelo

consiste en minimizar el costo total de la operación. Se propone para la solución de dicho problema un algoritmo Tabu Search el cual consta de dos partes: 1) Construcción de una solución inicial, lo cual se realiza a través de la heurística Improved Petal heuristic of Renaud et al. (1996) y 2) Tabu Search. Que consta de tres fases, mejoramiento rápido, intensificación y diversificación para la generación de las soluciones, intensificar la búsqueda de mejores soluciones vecinas a ellas, y expandir la búsqueda en todo el espacio de soluciones respectivamente. Los resultados muestran que el algoritmo fue probado en 11 problemas clásicos descritos por Christofides y Eilon(1969), y por Gillett y Johnson(1976) y en 23 problemas estándar se probó que el algoritmo propuesto genera la mejor respuesta en 20 casos y utilizando varios parámetros el algoritmo genera mejores soluciones unas 23 veces.

Un artículo en la literatura que realiza una recopilación de trabajos del problema de ruteo de vehículos con múltiples depósitos y que lo compara con el problema de ruteo de vehículos periódico debido a que los periodos de ruteo en este tipo de problemas pueden ser modelados como los múltiples depósitos para los cuales se deben diseñar rutas en el MDVRP es presentado por (P. Francis et al, 2008), se estudian diferentes métodos exactos, heurísticos y meta-heurísticos para la solución de este tipo de problemas. (L. Barcos et al, 2002), presentan un modelo que se ve en las empresas de paquetería en el que se aborda el problema del transporte de muchos orígenes a muchos destinos con varios hubs. Para cada par origen-destino, se trata de elegir la alternativa de ruta de manera que el coste del sistema resulte óptimo en términos económicos, cumpliendo un determinado nivel de servicio. Se contemplan varias alternativas de ruta como son: transporte directo, transporte a través de un hub, transporte a través de dos hubs, transporte mediante una ruta con paradas múltiples en origen (peddling en origen), transporte mediante una ruta con paradas múltiples en destino (peddling en destino). La estrategia de solución que se

aplica en este trabajo es un algoritmo meta heurístico basado en la optimización mediante colonias de hormigas en cada una de las dos fases del método ya que para problemas reales de este tipo los métodos exactos de programación lineal no son muy efectivos.

2.5 Problema de ruteo de vehículos con entrega y recogida de mercancía (VRP with Pick-Up and Deliveries)

El VRPPD a diferencia del VRP incluye la restricción de recoger y entregar mercancía en lugar de sólo entregarla, lo que se presenta en los casos en los que por el tipo de producto que se entrega, el vehículo debe recoger envases, envolturas o devolución de bienes por parte de los clientes o en los casos en los que la demanda del cliente se recoge en una ubicación y se entrega en otra. Esto adiciona al problema la consideración adicional de que los bienes que entregan los clientes quepan en el vehículo. El hecho de tener que considerar devoluciones o recogida de algún tipo de mercancía dificulta aún más el problema de planificar las rutas ya que se puede incurrir en una utilización ineficiente de la capacidad del vehículo y un aumento en las distancias recorridas en el viaje, por lo cual encontrar una solución óptima depende no solo de la minimización de las distancias recorridas sino de la utilización de la capacidad instalada de los vehículos.

En la modelación de este tipo de problemas se presentan dos escenarios, el primero es aquel en el que se realizan primero todas las entregas de mercancía y finalizado el proceso de entrega se procede a realizar todas las recogidas para transportarlas al depósito lo que se consigue relajando la restricción inherente al VRP de que los clientes deben ser visitados solo una vez lo que permite realizar múltiples

visitas a un solo cliente. El segundo escenario se presenta en el modelo que procesa las entregas y recogidas de mercancías simultáneamente. Entre las diferentes técnicas meta-heurísticas desarrolladas para solucionar este tipo de problemas están Tabu Search (W. Nanry and J. Barnes, 2000), Ant Colony Optimization (K. Doerner et al, 2001), Simulated Annealing (S. Hart, 1996) y Genetics Algorithms (E. Taniguchi et al, 2001), (G. Pankratz, 2005a), (G. Pankratz, 2005b), (K. Ganesh and T. Narendran, 2007).

(A. Volkan, 2007), por su parte presenta una solución meta-heurística híbrida a través de un algoritmo genético híbrido con soluciones iniciadas por la heurística GRASP. También se presenta una revisión taxonómica de diferentes trabajos referentes al VRPPD. Un método heurístico basado en las heurísticas para el VRP modificadas en el que se propone realizar las entregas y recogidas de forma integrada lo encontramos en (G. Nagy and Saïd Salhi, 2004), el cual primero encuentra una solución a un VRP y luego la hace factible a un VRPPD.

2.6 Problema de ruteo de vehículos con entrega fraccionada (Split Delivery VRP - SDVRP)

El problema de ruteo de vehículos con entrega fraccionada, SDVRP, es una relajación del problema clásico VRP, en donde se elimina la restricción de que los clientes deben ser visitados solo una vez permitiendo que un mismo cliente sea abastecido por distintos vehículos, lo que como se ha identificado en la literatura, en muchos casos ayuda a reducir los costos totales de la ruta. El problema consiste en que dada una flota de vehículos homogéneos estacionados en un depósito central y un conjunto de clientes con una demanda dada que debe ser abastecida, se deben encontrar rutas óptimas para los vehículos empezando y terminando en el depósito

cuando cada cliente sea abastecido. La diferencia más clara con respecto al VRP clásico es que permite abastecer la demanda de cada cliente utilizando más de un vehículo.

En (C. Archetti et al, 2007) se presenta un enfoque para la solución de este tipo de problemas que integra una heurística de búsqueda con optimización usando un programa entero para explorar las partes mas promisorias del espacio de búsqueda identificado por una heurística Tabu Search. Un planteamiento multi-objetivo del problema con dos funciones objetivos la primera para minimizar el tiempo de viaje y la segunda minimiza el número de vehículos que abastecen cada cliente individual con una formulación de MIP y para el cual se presenta una solución algorítmica es estudiado en (M. Uldry et al, 2011). Para mayor referencia un Survey presentado en 2008 que recoge el estado del arte del problema de ruteo de vehículos con entrega fraccionada se presenta en (C. Archetti and M. Speranza, 2008), que recoge desde los trabajos de (M. Dror and P. Trudeau, 1989,1990) y de (C. Archetti et al, 2008) quienes estudiaron los ahorros que se puede obtener de permitir entregas fraccionadas, hasta los enfoques con métodos exactos de (Lee et al, 2006) and (Jin et al, 2007) que resuelven instancias pequeñas. Se estudian también métodos heurísticos en este trabajo.

2.7 Problema de ruteo de vehículos estocásticos (Stochastic VRP - SVRP)

Su principal característica es que algunos valores (como número de clientes, sus demandas, tiempo de servicio o tiempo de viaje) son aleatorios, es decir los clientes tienen una probabilidad de encontrarse o no en la ubicación, el tiempo de recorrido o la distancia son aleatorios o no es posible conocer la demanda o el tiempo de

servicio. (M. Gendreau et al, 1996) presentan una revisión de trabajos concernientes al problema de ruteo de vehículos estocástico, clasificando cada una de sus contribuciones y tabulándolas. Para este tipo de problemas solo es posible resolver pequeñas instancias del mismo y las heurísticas para el mismo son difíciles de diseñar y de evaluar. Otra revisión de este tipo de problemas la encontramos en (C. Bastian and A. Rinnooy, 1992). (K. MATHUR and R. H. BALLOU, 2000), presentan un planteamiento que inserta puntos de reabastecimiento a lo largo de la ruta para evitar los retornos al depósito al momento en que un vehículo se desocupa y presentando dos procedimientos heurísticos para construir las múltiples rutas que minimizara el costo total de viaje. Un caso para demanda estocástica es presentado a su vez por (K. CHEPURI and T. HOMEM-DE-MELLO, 2005).

2.8 Problema de ruteo de vehículos periódico (Periodic VRP - PVRP)

En este tipo de problemas a diferencia del VRP clásico en el que el horizonte de planeación es un día, los pedidos para el PVRP pueden ser llevados sólo en ciertos días con lo que se extiende el horizonte de planeación a un número n de días. En (A. Méndez et al, 2005) definen este problema aplicado a un caso real de recolección de residuos infecciosos de la siguiente forma: Considérese el grafo $G=(N, A)$ y el período de np días, en el cual N es el conjunto de nodos que representa las instituciones generadoras o clientes a atender y A el conjunto de arcos que conectan los nodos. Cada cliente requiere que la tarea de recolección sea realizada con una frecuencia $k(j)$ que mide la cantidad de veces que el cliente j debe ser visitado, con $1 \leq k(j) \leq np$. El PVRP básico consiste en seleccionar $k(j)$ días distintos de visitas para el nodo j y resolver los np problemas VRP que resultan, de modo de minimizar el

costo total de recorrido. Es obviamente un problema de tipo NP-hard ya que incluye al VRP de período simple como caso particular.

En esta extensión del VRP se consideran las restricciones adicionales de que un cliente debe ser visitado mínimo una vez dentro de un período de tiempo pre-establecido, cada vehículo como en el VRP tiene una capacidad de carga instalada, y lo que se quiere es satisfacer la demanda de cada cliente respetando horarios de recepción de mercancía. Para el PVRP no es necesario que el vehículo regrese al depósito en el mismo día en que salió, pero si debe regresar dentro del período establecido. En (J. Cordeau et al, 1997) se propone una meta-heurística basada en Tabu Search capaz de resolver tres problemas de ruteo de vehículos entre los que está el PVRP, el PTSP y el MDVRP que en un sentido como se explicó anteriormente, el PVRP puede ser modelado como un MDVRP. En (A. Méndez et al, 2005) por su parte presentan dicho problema en el caso de la recolección de residuos infecciosos como un problema de planificación y uno de ruteo de vehículos en el que un diseño óptimo consiste en asignar días de recolección a cada institución generadora y diseñar un conjunto de rutas para cada día de tal forma que el costo total de recolección sea mínimo sin exceder la capacidad o tiempo de viaje de los vehículos. Se propone para solucionar este problema de optimización combinatoria multinivel una técnica híbrida que involucra dos heurísticas bien conocidas. Un Algoritmo Evolutivo es utilizado para obtener la planificación óptima mientras que la determinación del valor de aptitud de cada solución es realizada a través de un algoritmo Tabu Search; ésta involucra la resolución de un problema de ruteo para cada planificación. Otra meta-heurística que se aplica en la solución de estos problemas es ACO. (A. Matos and R. Carvalho, 2004) presentan un nuevo enfoque basado en sistemas de colonias de hormigas en donde proponen una nueva técnica para la generación de soluciones iniciales y una nueva estrategia de actualización del

rastreo de las feromonas para resolver problemas de gran escala también aplicado al sistema de recolección de desechos. Un survey que presenta la evolución de los PVRP en la literatura y algunas de sus variantes lo encontramos en (P. Francis et al, 2008), que además presenta los diferentes métodos de solución exactos, heurísticos y meta-heurísticos aplicados a la solución de este tipo de problemas.

2.9 Problema de ruteo de vehículos con flota heterogénea de vehículos (Multiple Types of Vehicles)

Aunque en una gran mayoría de los modelos de ruteo de vehículos se establece que la flota de vehículos con que se cuenta para atender la demanda es homogénea, es decir, que todos los vehículos tienen la misma capacidad, es sabido que en las compañías y operadoras logísticas que encontramos en la industria por lo general se cuenta con una flota heterogénea de vehículos (los vehículos tienen diferentes capacidades) donde no todos los vehículos son iguales y algunos pedidos solo pueden ser atendidos por ciertos vehículos. El HVRP es una variante del VRP que considera la restricción de contar con una flota heterogénea de vehículos y que puede ser definido de la siguiente forma: Sea $G = (V, A)$ un grafo dirigido donde $V = \{v_0, v_1, \dots, v_n\}$ es el conjunto de vértices y $A = \{(v_i, v_j): v_i, v_j \in V, i \neq j\}$ es el conjunto de arcos. El vértice v_0 representa un depósito en el cual se encuentra una flota de vehículos mientras los otros vértices representan las ciudades o clientes. Cada cliente v_i tiene asociada una demanda no negativa q_i . Hay varios tipos de vehículos. Se entiende por f_t el costo fijo de un vehículo tipo t , por g_t el costo variable por unidad de distancia y por Q_t su capacidad. Se asume que el número de vehículos de cada tipo es ilimitado. Con cada arco (v_i, v_j) hay asociada una matriz distancia c_{ij} . El HVRP consiste en establecer un conjunto de rutas cada una iniciando y terminando en el depósito de tal manera que cada cliente sea visitado solo una vez

y que la demanda total de la ruta no exceda la capacidad del vehículo asignado minimizando el costo total de operación.

Este tipo de problemas lo encontramos en (M. Gendreau et al, 1999) quienes proponen una solución mediante una meta-heurística Tabu Search en instancias de referencia. En (CD Tarantilis et al, 2003) se propone una meta-heurística de umbral de aceptación para la solución de estos problemas con soluciones de muy buena calidad. Otra aplicación meta-heurística la encontramos en (P. Penna, et al, 2011) que consiste en una meta-heurística Iterated Local Search (ILS) que usa un procedimiento de descenso Variable Neighborhood. Los métodos matemáticos exactos son de igual forma aplicables para solucionar los problemas del tipo HVRP como se ve en (E. Choi and D. Tcha, 2005), en donde se propone un enfoque basado en Column Generation que integra un modelo compacto de programación entera cuya relajación se resuelve a través de la técnica de Column Generation. También se aplica un procedimiento Branch and Bound para obtener las soluciones enteras.

3 CAPITULO 3 TIPOS DE SOLUCIONES PARA LOS PROBLEMAS DE RUTEO DE VEHÍCULOS

3.2 Métodos Exactos

El problema de ruteo de vehículos ha sido estudiado extensamente en la literatura. Desde que fue presentado uno de los primeros trabajos conocidos referidos a este tipo de problemas por (Dantzig & Ramser, 1959), se han desarrollado toda clase de métodos de solución en su mayoría heurísticos debido a la complejidad computacional de este tipo de problemas que como se conoce son del tipo NP-Hard. Los métodos de solución exactos son algoritmos capaces de solucionar de forma óptima los sistemas de ecuaciones lineales con diferentes tipos de variables con los cuales se formulan los problemas de ruteo de vehículos y que inician con el método simplex desarrollado por (G. Dantzig, 1947), a partir del cual se han desarrollado todo tipo de técnicas como Branch and Bound, Column Generation y Branch and Cut que buscan relajar el problema facilitando la búsqueda de soluciones que realizan los algoritmos. Una de las primeras clasificaciones que encontramos en la literatura de los métodos de solución exactos la realizan (G. Laporte and Y. Nobert, 1987), quienes los clasifican en tres grupos:

- Direct Tree Search Methods
- Dynamic Programming
- Integer Linear Programming.

Dentro de los métodos del tipo Integer Linear Programming se encuentran la mayor cantidad de investigación presentadas para soluciones exactas a los VRP, por lo cual estos problemas se sub-dividen según su formulación en:

- Set Partitioning Formulations
- Vehicle Flow Formulations
- Commodity Flow Formulations

3.1.1 Direct Tree Search Methods

Los métodos del tipo Direct Tree Search son una construcción secuencial de rutas que se realiza a través de un árbol Branch and Bound. (Baker, 1983), presenta un algoritmo branch-and-bound aplicado a una formulación orientada al tiempo, mientras que (Christofides and Eilon, 1969), presentan otra aplicación del algoritmo Branch and Bound en el que el número de vehículos es presentado como un parámetro y se ramifica sobre los arcos.

3.1.2 Dynamic programming

Trabajos referidos a este tipo de métodos los podemos encontrar en (Christofides, Mingozi and Toth, 1981) que estudian relajaciones para enfoques de programación dinámica aplicadas al problema del agente viajero con ventanas de tiempo. (Eilon et al, 1971) presentan una formulación de programación dinámica para el VRP con un algoritmo de relajación para reducir el espacio de búsqueda a través de criterios de dominancia.

3.1.3 Integer linear programming.

Las técnicas Branch and Bound son una de las más utilizadas en la resolución de problemas de programación lineal. Un artículo llamado “A Parallel Branch and Bound Algorithm for Vehicle Routing Problem” que presenta un algoritmo Branch and Bound para múltiples computadoras con balanceo dinámico de carga aplicado a un problema de ruteo de vehículos con capacidad fija lo presentan (G. Dastghaibifard et al, 2008), Otro modelo de programación lineal que aplica una variante del Branch and Bound llamada Branch and Cut que permite compartir mayor cantidad de datos entre procesadores es estudiado en (T. Ralphs, 2003), para el problema de ruteo de vehículos. (F. DESROSIERS et al, 1983) Estudia una generalización del problema de los m agentes viajeros utilizando Column Generation en una formulación del tipo Set Partitioning la cual es resuelta a través del método Simplex y Branch-and-Bound. Existen en la literatura diferentes revisiones hechas a los métodos exactos de solución para problemas de ruteo de vehículos como el presentado por (G. LAPORTE and Y. NOBERT, 1987), llamado “EXACT ALGORITHMS FOR THE VEHICLE ROUTING PROBLEM” años más tarde (G. LAPORTE, 1992), presenta otra revisión como continuación del trabajo anterior extendiéndola a los métodos aproximados, y continúa nuevamente con los desarrollos hechos hasta la fecha en general de todos los métodos de solución para problemas de ruteo de vehículos en (G. LAPORTE, 2009).

3.2 Heurísticas.

Una heurística es un algoritmo que genera de forma rápida, es decir, en tiempos polinomiales, soluciones factibles no necesariamente óptimas a problemas del campo de la optimización combinatoria del tipo NP-Hard. Las heurísticas,

clasificadas dentro de los métodos de solución aproximados para este tipo de problemas, a diferencia de los métodos exactos cuya complejidad es exponencial y que encuentran soluciones óptimas para problemas de optimización, permiten encontrar soluciones que tienden a ser muy cercanas al óptimo, sin embargo es difícil determinar qué tan cercana esta la solución del óptimo. Por lo anterior se suele utilizar comparaciones con métodos exactos u otros patrones a fin de medir el desempeño del algoritmo. Su ventaja más notable con respecto a los métodos exactos es que permite darle escalabilidad a los problemas que se estudian y son aplicables a problemas difíciles ya que permiten encontrar soluciones muy cercanas al óptimo para instancias muy grandes sin que su tiempo de ejecución se incremente demasiado. Otra característica inherente a las heurísticas es que son aplicables a un problema en particular, ya que se construyen a partir de la estructura misma del problema.

(M. SOLOMON, 1987), presenta una revisión de los diferentes algoritmos generados para solucionar problemas de ruteo de vehículos con restricciones de ventanas de tiempos en el que clasifica los métodos heurísticos en: Heurísticas de ahorros, Nearest Neighbor, de inserción y de barrido. En un artículo llamado “The Vehicle Routing Problem: An overview of exact and approximate algorithms” (G. Laporte, 1992), también presenta una revisión de 4 tipos de heurísticas desarrolladas para problemas de ruteo de vehículos entre las cuales presenta adicionalmente el algoritmo de dos fases de Christofides-Mingoizzi-Toth aplicables principalmente para problemas del tipo CVRP. En una revisión del mismo tipo y mucho más reciente, (G. Laporte, 2009), introduce las heurísticas del tipo Cluster-first, route-second y las heurísticas de mejoramiento

A continuación se realiza una revisión de algunas de las heurísticas clásicas aplicadas al problema de ruteo de vehículos con algunos pocos ejemplos ya que como se mencionó, el hecho de que las heurísticas generalmente se desarrollen para problemas en particular hace que el número de heurísticas que existen en la literatura sea casi tan extenso como la cantidad de problemas de ruteo de vehículos.

3.4.1. Cluster First, Route Second.

Una aplicación de esta heurística la desarrollan (J. de Magalhaes and J. de Sousa, 2006) aplicada a un problema de ruteo en servicios farmacéuticos con tiempos cortos de entrega, ruteo y programación de vehículos, modelados en un sistema de ruteo dinámico. Primero se agrupan las ordenes en clusters y luego se construyen las rutas que luego serán mejoradas en un proceso de mejora. El algoritmo está diseñado para correrlo varias veces en un día de operación debido a la naturaleza dinámica del problema. En el artículo “A generalized assignment heuristic for vehicle routing” presentado por (M. Fisher and R. Jaikumar, 1981) también se presenta una aplicación de esta heurística.

3.2.2 Heurística integrada

La mayoría de las heurísticas desarrolladas para solucionar problemas de ruteo de vehículos con entrega y recogida de mercancía (VRPPD) son heurísticas de inserción, sin embargo, con este tipo de métodos, a medida que aumenta la cantidad de recogidas, la complejidad computacional del problema aumenta. Por lo anterior, (G. Nagy and S. Salhi, 2005), proponen una heurística integrada para este tipo de problemas que procesa tanto las entregas o envíos como las recogidas o retornos de la misma forma. Aunque este método fue diseñado para procesar simultáneamente

los problemas de ruteo de vehículos con entrega y recogida, es igualmente aplicable para los casos mixtos. (A. Rusdiansyah, 2011), También propone una heurística integrada que mantiene un balance entre los costos de transportes y los costos de inventario para el mismo tipo de problemas el cual se presenta en un sistema de distribución compuesto de una bodega y muchos pequeños distribuidores ubicados de forma dispersa los cuales tienen dos tipos de demanda (entrega y recogida). Una flota capacitada de vehículos se emplea para la entrega de productos del depósito a los pequeños distribuidores y la recogida de contenedores vacíos durante todo el día durante un periodo de T días. En cada ubicación se debe recoger después de haber entregado lo que se realiza una o muchas veces durante el periodo. Se busca minimizar el costo total del sistema de transporte e inventario.

3.2.3 Inserción

Las heurísticas de inserción realizan procesos de inserción de nodos para diseñar las rutas que se asignaran a los vehículos para ser abastecidos. Un algoritmo denominado ALADIN (Algoritmo de Adición en Inserción) que integra procesos de construcción de rutas de transporte en los que se implementan reglas de adición e inserción de nodos para configurar diferentes rutas que han de ser servidas en un problema de ruteo de vehículos con ventanas de tiempo (VRPTW) es presentado por (E. Solórzano et al, 2005). Su ventaja principal es la flexibilidad para modificar datos iniciales e introducción de nuevos parámetros lo que permite su aplicación aún en entornos dinámicos.

3.2.4 Heurística Nearest-Neighbor

Este tipo de heurísticas Nearest-Neighbor o búsqueda por vecindad buscan dentro de un conjunto de soluciones cercanas a una solución dada. En cada iteración la heurística busca el nodo más cercano al último nodo añadido a la ruta siempre y cuando se cumplan las restricciones del modelo. Cuando la búsqueda falla en encontrar un nodo que cumpla con las restricciones se inicia una nueva ruta. (M. Cruz and O. Díaz, 2009), presentan un mecanismo de vecindad combinado con un algoritmo genético, mostrando la etapa de análisis y diseño de la estructura de vecindad con búsqueda local combinada con un algoritmo genético para el problema de transporte con ventanas de tiempo. Este diseño híbrido se propone con la finalidad de explotar el espacio de soluciones del problema del transporte con ventanas de tiempo. La vecindad se propone con movimientos tipo uno-óptimos.

3.2.5 Heurística de Ahorro

La heurística de ahorros propuesta inicialmente por (Clarke and Wright, 1964) inserta nodos en cada ruta basándose en el ahorro que se genera al insertar nuevos clientes a cada ruta hasta completar una solución final. El ahorro asociado a cada inserción se calcula mediante la ecuación:

$$Ahorro_{ij} = d_{i0} + d_{0j} - \mu d_{ij}, \quad \mu \geq 0.$$

Cuando $\mu = 1$, $Ahorro_{ij}$ es el ahorro en distancia que resulta de atender al cliente i y al cliente j en una ruta en vez de atender cada cliente individualmente directamente desde el depósito.

3.2.6 Heurística de barrido

Heurística del barrido o sweep forma clusters girando una semirrecta con origen en el depósito e incorporando los clientes “barridos” por dicha semirrecta hasta que se viole la restricción de capacidad. Luego de este proceso cada cluster se rutea resolviendo un TSP. Cuando se resuelven problemas de ruteo de vehículo con ventanas de tiempo algunos clientes dentro del cluster se pueden no ser programados. Después de eliminar los clientes programados se repite el proceso de clusterización y programación. Este procedimiento fue presentado inicialmente por (Gillett and Miller, 1974).

3.2.7 Heurísticas Greedy

(J. Daza et al, 2009) las definen como un método voraz que gradualmente construye un tour por la repetida selección de los arcos más cortos y los adhiere a un tour, con tal de que no cree un ciclo con menos de los N bordes, o aumentos el grado de cualquier nodo a más de 2. No se debe agregar el mismo borde dos veces durante el tour. (A. Volkan, 2007) en su tesis doctoral estudia un problema de ruteo de vehículos con entrega y recogidas simultaneas (VRPSPD), que propone solucionar mediante una meta-heurística híbrida con soluciones iniciales generadas por una heurística greedy del tipo GRASP (greedy randomized adaptive search procedure). En este trabajo se puede notar como las heurísticas greedy son utilizadas para generar buenas soluciones iniciales que permitan mejorar el desempeño de meta-heurísticas. Una variante de este mismo tipo de problemas que incluye ventanas de tiempo (VRPPDTW) la estudian (U. Derigs and T. Döhmer, 2006), donde proponen una heurística de búsqueda local indirecta con decodificación greedy GIST (Greedy Indirect Search Algorithm) para la solución del mismo

maneja de forma flexible restricciones complejas de este tipo de problemas de optimización.

3.3 Meta-heurísticas.

Una meta-heurística es un algoritmo de optimización que se genera para resolver problemas de optimización difíciles del dominio de la investigación de operaciones, la ingeniería o la inteligencia artificial para los cuales no exista un método clásico o heurístico eficaz.

Las meta-heurísticas son por lo general algoritmos estocásticos iterativos que progresan hacia un óptimo global, es decir, el extremo global de una función por escalonamiento de una función objetivo. Se componen de algoritmos de búsqueda que intentan aprender las características de un problema para encontrar una aproximación de la mejor solución (Por ello hacen parte de los métodos aproximados de solución). Existe una gran cantidad de meta-heurísticas que van desde las de búsqueda local a las de búsqueda global y utilizan un gran nivel de abstracción, lo que les permite ser adaptadas a una larga gama de problemas diferentes. La naturaleza aleatoria de estos métodos les permite no estancarse en óptimos locales (caso de la mayoría de las heurísticas) por lo cual son aplicables a los problemas de optimización muy complejos. A continuación se presenta una breve revisión de algunas de la meta-heurística más empleadas para la solución de problemas de ruteo de vehículos.

3.5.1. Algoritmos de hormigas.

Los algoritmos de colonia de hormigas hacen parte de los mecanismos de aprendizaje dentro del campo de la inteligencia artificial. Estos mecanismos aprenden de la experiencia en el proceso iterativo de búsqueda. La optimización de colonias de hormigas imita el comportamiento de las hormigas en búsqueda de comida y que dejan un rastro de feromonas en los caminos que siguen, con el tiempo la feromona se acumula rápidamente en las rutas más cortas y esta es seguida por mas hormigas. En la optimización de colonias de hormigas esta idea se modela dando más peso a los nodos que aparecen con más frecuencia en las buenas soluciones. Un artículo dedicado al estudio de este tipo de meta-heurísticas lo presentan (J. Bell and S. Griffis, 2010) en el cual compara este método con la heurística clásica de Clark and Wright. (L. Barcos, 2002), presentan un trabajo en el que se aborda el problema del transporte de muchos orígenes a muchos destinos con varios hubs. Este problema se presenta comúnmente en empresas de paquetería que afrontan en el transporte entre delegaciones. Para cada par origen-destino, se trata de elegir la alternativa de ruta de manera que el coste del sistema resulte óptimo en términos económicos, cumpliendo un determinado nivel de servicio. En este trabajo se desarrolla un algoritmo meta-heurístico, basado en la optimización mediante colonias de hormigas (ACO). Para ello se divide el problema general en dos sub-problemas. Primero se resuelve el problema mediante ACO, contemplando solamente las alternativas de ruta directa y a través de uno o dos hubs.

La solución encontrada en esta primera fase se utiliza como solución de partida para una segunda fase, en la que se intenta introducir rutas con paradas múltiples para así mejorar dicha solución. En esta segunda fase también se utiliza la optimización mediante colonias de hormigas.

3.5.2. Los algoritmos de búsqueda tabú.

La Búsqueda Tabú es esencialmente un procedimiento de búsqueda local que explora el espacio de solución moviéndose en cada iteración de la solución actual a otra solución en su vecindario. (J. Daza et al, 2009) en su trabajo “RESOLUCIÓN DEL PROBLEMA DE ENRUTAMIENTO DE VEHÍCULOS CON LIMITACIONES DE CAPACIDAD UTILIZANDO UN PROCEDIMIENTO METAHEURÍSTICO DE DOS FASES” estudian un problema de ruteo de vehículos con capacidad fija resuelto con un algoritmo meta-heurístico de dos fases en el que la primera fase se generan las soluciones iniciales a través de procedimientos heurísticos como la de barrido, asignar primero rutear después o las heurísticas Greedy y meta-heurísticos que luego son mejoradas a través de Búsqueda Tabú obteniendo soluciones no dominadas en tiempos polinomiales. En la segunda fase para la programación de la flota se realiza un procedimiento análogo al de programación de máquinas en paralelo. En este artículo se define la Búsqueda Tabú como una técnica iterativa de búsqueda local inteligente que trata de evitar que las soluciones caigan en óptimos locales. Para esto se utilizan unas estructuras de memoria de corto y largo plazo, acompañadas de criterios de aspiración. En esta técnica en una iteración se pretende pasar de una solución a la mejor solución vecina, sin importar si esta es mejor o peor que la solución actual. El criterio de terminación puede ser un cierto número máximo de iteraciones o un valor de la función por optimizar.

Entre las características relevantes que posee este método e implementadas en esta investigación se encuentran la denominada lista tabú y el criterio de aspiración. El objetivo más general de la lista tabú es continuar estimulando el descubrimiento de soluciones de alta calidad. En general, un tipo común de restricción opera seleccionando algún subconjunto de atributos y declarando un

movimiento tabú un determinado número mínimo de veces. Otra característica de la BT son los criterios de aspiración que se introducen para determinar cuándo pueden ser remplazadas las restricciones tabú, eliminando así una clasificación tabú aplicada a un movimiento en otro caso (Glover and Melian, 2003). Otro trabajo en el que se propone un procedimiento de dos fases para resolver un problema de ruteo de vehículos con múltiples depósitos, ventanas de tiempo y entrega fraccionada (MDVRPTWSD) es el presentado por (U. Dharmapriya, 2010). En la primera fase se utiliza heurísticas Greedy para la generación de las soluciones iniciales las cuales son luego mejoradas en la fase de optimización a través de Tabú Search y Simulated annealing. (J. Brandao, 2009) estudió un problema de ruteo de vehículos con flota heterogénea (HVRP) aplicando Tabu Search, mientras que (A. Méndez, 2005) aplican Búsqueda Tabú en la solución de un PVRP para la determinación del valor de aptitud de cada solución.

3.5.3. Los algoritmos genéticos

Los algoritmos genéticos trabajan con una población de soluciones en la que en cada iteración se extrae algunas soluciones padres de la población actual y luego se combinan para dar descendientes que luego remplazan los peores elementos de la población si esto produce mejoras. En estos algoritmos se aplican mecanismos de diversificación llamados mutaciones de las descendencias antes de considerar su inclusión en la población. (M. Cruz and O. Díaz, 2009) presentan un mecanismo de vecindad combinado con un algoritmo genético, mostrando la etapa de análisis y diseño de la estructura de vecindad con búsqueda local combinada con un algoritmo genético para el problema de transporte con ventanas de tiempo (VRPTW). En un artículo en el que se trata el problema de programación de una ruta óptima para un helicóptero con capacidad finita, el cual que tiene que desplazarse recogiendo y

dejando los diferentes pasajeros en los helipuertos que conforman la ruta, y que es modelado como un CVRP presentado por (F. Torres, 2006) se propone una meta-heurística basada en un algoritmo genético que construye soluciones factibles a partir de una heurística de inserción, basada en prioridades sobre el uso del recurso

3.5.4. Simulated annealing.

El recocido simulado (Simulated Annealing) es un método meta-heurístico empírico inspirado en un proceso utilizado en metalurgia en el cual se alternan ciclos de enfriamiento lento y recalentamiento cuyo efecto es el de disminuir la energía del material. Este método es modelado en optimización para hallar el extremo de una función objetivo. Este método viene del hecho de que el enfriamiento natural de ciertos materiales no permite a los átomos ubicarse en la configuración más sólida. La configuración más estable se consigue controlando el enfriamiento ralentizándolo por medio del aporte de calor. El procedimiento de dos etapas para solución de un problema de ruteo de vehículos con múltiples depósitos, ventanas de tiempos y entrega fraccionada (MDVRPTWSD) que como se resaltó, estudiaron (U. Dharmapriya et al, 2010) aplica Simulated Annealing en su etapa de optimización para mejorar las soluciones iniciales. (M. Fazel et al, 2010) solucionan un problema de ruteo de vehículos a través de un algoritmo de Simulated Annealing inicializado por varios algoritmos de clusterización.

3.5.5. Neural Networks

Las redes neuronales (Neural Networks), hacen parte de los mecanismos de aprendizaje y se desprenden de conceptos de inteligencia artificial. Este método tiene la capacidad de aprender de la experiencia y de forma creciente aumenta su

peso de forma iterativa. (J. Potvin et al, 1996) presentan un artículo llamado “A hybrid approach to vehicle routing using neural networks and genetic algorithms” en el que proponen un modelo competitivo de Red Neuronal y un Algoritmo Genético para mejorar las fases de inicialización y construcción de una heurística de inserción paralela para el problema de ruteo de vehículos con ventanas de tiempos.

3.5.6. Algoritmos Memeticos

Los algoritmos Meméticos son aquellos en los que se presenta una sinergia entre los enfoques evolutivos y los procedimientos de aprendizaje individual o mejora local. Se presenta en los casos en que para un algoritmo evolutivo se usa un procedimiento de búsqueda local para cada individuo lo que resulta en una trayectoria de búsqueda que es al mismo tiempo amplia y profunda. (P. Moscato and C. Cotta, 2003), estudian la anatomía general de los Algoritmos Meméticos, y se proporcionan pautas para el diseño de los mismos. Asimismo, se muestra una panorámica general del amplio abanico de aplicaciones que tienen estas técnicas. Otro trabajo en que se aplican algoritmos meméticos es en el presentado por (J. BARRIL, 2005) en un problema general denominado Mirrored Traveling Tournament Problem (MTTP), que consiste en la minimización de los kilómetros que deben recorrer los equipos involucrados en un torneo deportivo para terminar de enfrentarse.

4. CAPITULO 4 OBJETIVOS QUE SE PERSIGUEN

En la modelación de problemas de optimización, las características del problema en cuestión o lo que es lo mismo, la forma como interactúan entre si las variables y parámetros del modelo se relacionan en la función objetivo. Encontrar una solución óptima implica encontrar el mejor valor para el objetivo que se persigue satisfaciendo las restricciones del modelo. Debido a que en los problemas de transporte los costos asociados a este tipo de operaciones tienden a ser muy altos uno de los objetivos principales que comúnmente se persiguen en los problemas de ruteo de vehículos es la minimización de costos de operación, sin embargo dependiendo el tipo de problema que se quiera modelar los objetivos a optimizar pueden ser diversos. Por ejemplo si se quiere modelar una operación de transporte de residuos peligrosos para el medio ambiente y que tienen un gran riesgo de ríos o mares, a pesar de ser un problema clásico de ruteo de vehículos, resulta más beneficioso minimizar al máximo el riesgo de un derrame o contaminación ambiental en vez del costo mismo de la operación de transporte. Los diferentes tipos de objetivos presentes en los problemas de optimización son:

4.1. Objetivos en tours

4.1.1. Costos

La gran mayoría de los problemas de ruteo de vehículos plantean minimizar costos de operación, como en (P. Flisberg et al, 2009) donde se presenta un caso especial del MDVRP que considera cuatro restricciones adicionales al problema como son: ventanas de tiempo, flota heterogénea, entrega fraccionada y entrega y recogida de mercancía de la industria forestal en donde diariamente se deben rutear

camiones de carga hacia nodos de carga que pueden ser considerados como clientes en un problema común de ruteo de vehículos cuyo objetivo precisamente consiste en minimizar los costos de operación. (Salhi & Sari, 1997) presentan un MDVRP probada en problemas clásicos de referencia que se pueden encontrar para problemas de este tipo minimizando costos de operación.

5.1.1 Tiempo total de viaje

En (Crevier et al, 2007) se estudia el problema de Ruteo de vehículos con múltiples depósitos con la particularidad de que se cuente con Inter-depósitos, o depósitos inmersos en las rutas de tal manera que los vehículos puedan reabastecerse en medio de rutas inter-depósitos el cual surgió de un problema real de distribución de víveres en Montreal y cuyo objetivo lejos de ser minimizar el costo es minimizar la duración de las rutas. En (Ho et al, 2008) donde se demostró como en la solución de un clásico MDVRP en el que las soluciones generadas por el método de ahorro de Clarke and Wright y la heurística Nearest Neighbor para el Algoritmo Genético Híbrido con problemas de diferentes magnitudes genera mejores resultados en términos del tiempo total de entrega en comparación con el caso para el cual las soluciones iniciales son generadas aleatoriamente. El objetivo de minimizar el tiempo de ruta o la distancia se manejan de forma indistinta ya que en este caso son directamente proporcionales.

5.1.2 Distancia

Un problema de ruteo de vehículos del tipo MDVRP es una variante del mismo llamada problema de ruteo de vehículos con múltiples depósitos y entrega y recogida de mercancía, MDVRPPD que ha sido poco estudiado en la literatura debido a su

complejidad. Un estudio desarrollado que incluye la solución de este tipo de problemas la podemos encontrar en (Nagy & Salhi, 2005) en el cual se busca minimizar la distancia total recorrida por los vehículos sujetos a una distancia máxima de recorrido y una capacidad máxima. Por otro lado la complejidad de los MDVRP se ve aumentada cuando se cuenta con flotas de vehículos heterogéneas lo cual es muy frecuente en casos reales de este tipo de problemas. Un planteamiento para este tipo de problemas lo realizan (Jeon, Leep & Shim, 2007), el cual consiste en un problema en el que se considera una flota heterogénea de vehículos, viajes dobles y múltiples depósitos y cuyo objetivo es encontrar un conjunto de rutas que minimice la distancia total de viaje.

Otro tipo de objetivo presente en la modelación de problemas de ruteo de vehículos es el de minimización de riesgos, presente en la distribución de materiales peligrosos y residuos hospitalarios entre otros, además de objetivos de mantener el tour en caso de entregas o recogidas de mercancías de forma periódica para los casos de servicios públicos.

5.2 Objetivos relacionados con nodos/arcos

4.3.1 Incremento de la satisfacción de los clientes

La satisfacción del cliente en los problemas de distribución de mercancía consiste en cumplir con las ventanas de tiempo que normalmente son fijadas por el cliente lo que se consigue modelando las ventanas de tiempo como ventanas de tiempo del tipo rígidas, sin embargo se sabe que esto aumenta la complejidad del problema. Otra forma de cumplir con las expectativas del cliente es disminuyendo al máximo el tiempo de servicio y el tiempo de viaje por lo cual en (Lau et al, 2009), se

modela un problema multi-objetivo MOMDVRP en el cual el tiempo de viaje no está definido como una restricción en la formulación del modelo sino que es considerado como un objetivo a optimizar así como la distancia total de viaje.

Los objetivos relacionados con los nodos o arcos comprenden también temas de minimización de las llegadas tempranas o tardías en los límites de las ventanas de tiempo lo que se presenta en operaciones de entrega de mercancía en bodegas que manejan ventanas de tiempo o horario de recepción de mercancía estrictos en los que llegar fuera de estos podría causar perder una venta.

Otros objetivos relacionados con los nodos son los de minimización del número de restricciones violadas o la asignación de prioridad a arcos o nodos como en la recolección de residuos peligrosos o la recolección de residuos domésticos. Otro tipo de objetivos pueden ser el mejoramiento de las relaciones Cliente-Conductor.

4.4 Objetivos relacionados con los recursos

4.4.1 Minimizar tamaño

Los costos fijos y variables de utilización de vehículos para el transporte de mercancía incrementan en gran manera el costo total de la operación de transporte por lo que tener vehículos sub-utilizados o tener en operación una cantidad innecesaria de vehículos por una mala programación incrementa los costos de las operaciones de transporte. Por esta razón muchos modelos se enfocan en minimizar el número de vehículos necesarios para realizar las operaciones de distribución. Un ejemplo es el artículo presentado por (Tan et al, 2006), en el que se estudia una

variante de los MDVRP llamada Truck and Trailer Vehicle Routing Problem, TTVRP que consiste en el problema de mover contenedores llenos o vacíos para compañías logísticas en donde los vehículos que son camiones y trailers son recursos limitados y a menudo se deben sub-contratar algunas ordenes de trabajo. Solucionar este problema consiste en encontrar una programación completa de ruteo recorriendo la mínima distancia y utilizando la menor cantidad de vehículos posible; se consideran también restricciones de ventanas de tiempo y disponibilidad de una flota heterogénea de vehículos

4.4.2 Optimizar la efectividad en la utilización de los vehículos

Una mejor utilización de los vehículos en ciertos casos implica el balanceo de la carga asignada a los mismos, en (Lin and Kwok, 2005) presentan un trabajo en el que modelan un caso especial del MDVRP llamado Location Routing Problem o LRP. Este caso particular determina ubicaciones de depósitos, realiza ruteo y asigna rutas a vehículos de forma simultánea teniendo como objetivos tanto el costo total de operación como el balanceo de la carga asegurando una utilización efectiva de los vehículos. (Dharmapriya et al, 2010), en la modelación de un problema de ruteo de vehículos con múltiples depósitos, ventanas de tiempo y entrega fraccionada que intenta reducir la brecha entre los problemas de la literatura con los problemas de la realidad, tiene como objetivos minimizar el costo total de transporte, minimizar las distancias recorridas, utilización completa de la capacidad de los vehículos y balanceo de la carga transportada. En este tipo de enfoque multi-objetivos se nota como se puede combinar la optimización de objetivos relacionados con los costos de operación sin incurrir en un pobre aprovechamiento de la capacidad instalada lo cual en últimas se traduce en entradas que se dejan de percibir.

Se consideran objetivos relacionados con los recursos por ejemplo el evitar el deterioro de productos perecederos en la distribución de productos alimenticios.

5 CAPITULO 5 BREVE REVISIÓN DE LA LITERATURA DE LOS MÉTODOS DE SOLUCIÓN PLANTEADOS EN LA SOLUCIÓN DE PROBLEMAS DEL TIPO MDVRP

En la resolución de problemas de optimización como los problemas de ruteo de vehículos, la mayor cantidad de métodos de solución propuestos consiste en métodos aproximados heurísticos o meta-heurísticos debido a que por naturaleza, siendo una extensión del TSP, los problemas de ruteo de vehículos son del tipo NP-Hard. Este hecho implica que solo pueden encontrarse soluciones óptimas a través de métodos exactos para instancias pequeñas con pocos nodos gracias a que su complejidad aumenta exponencialmente, lo que impide la modelación y solución de problemas reales a través de métodos exactos ya que en la realidad la cantidad de clientes a ser atendidos siempre es muy grande. Por esta razón es poca la cantidad de aplicaciones de métodos exactos para resolver VRP's en instancias grandes, y aún menos si se consideran las restricciones presentes en la industria como el que se cuente con múltiples depósitos, o una flota heterogénea de vehículos. Aunque los métodos heurísticos y meta-heurísticos se ajustan mejor a las necesidades de modelación de problemas reales aún tienen la desventaja de no siempre saberse que tan cerca del óptimo están las soluciones obtenidas a través de ellos, razón por la cual se continúa estudiando técnicas para mejorar el desempeño de los métodos exactos ya que estos sirven como un patrón de comparación para las soluciones generadas a través de métodos aproximados. El objetivo del presente trabajo es presentar un método de solución exacto de programación lineal entera mixta para resolver problemas de ruteo de vehículos con restricciones de ventanas de tiempos, múltiples depósitos y flota heterogénea de vehículos (MDHVRPTW) que sirva de patrón de comparación para meta-heurísticas que solucionen instancias grandes de este tipo de problemas.

A continuación se presenta una breve revisión taxonómica de los principales aportes en la modelación de problemas de ruteo de vehículos con múltiples depósitos a través de métodos exactos, considerando en algunos casos una combinación de la restricción de múltiples depósitos con otras restricciones. Aunque en la gran mayoría de los casos la solución propuesta no es netamente exacta sino una combinación de métodos exactos y algoritmos heurísticos y meta-heurísticos para mejorar la calidad de las soluciones se resaltan los procedimientos, técnicas y avances en los métodos de solución exactos que se utilizaron en cada uno de los casos.

5.1.Planteamiento de un Cuadro Taxonómico para los métodos de solución exactos planteados en la solución de problemas del tipo MDVRP

El cuadro de taxonomía es una herramienta práctica y funcional para clasificar y caracterizar la evolución en el estudio del problema MDVRP y sus diferentes variantes. De esta manera, nos permite identificar: trabajos que se han realizado hasta la fecha sobre una variante específica del problema, la forma en que se ha abordado el problema desde el punto de vista de objetivos a optimizar, restricciones y métodos de solución, presentado los autores mas representativos y por ultimo brinda soporte para definir trabajos futuros, con base en aquellos aspectos del problema sobre los cuales no se ha trabajado o existe poca literatura especializada.

En la revisión taxonómica del problema MDVRP se plantea utilizar un cuadro que permite identificar en cada trabajo la siguiente información: (1) Autor(es), (2) año de publicación, (3) objetivo(s) que se persigue, (4) restricciones, (5) tipo de solución, (6) Problema objetivo (múltiples objetivos o un solo objetivo), y (7) descripción del método de solución. La Tabla 1 presenta una ilustración del cuadro de taxonomía.

El ordenamiento de los artículos se hará con base en complejidad del problema abordado por el autor, partiendo desde aquellos de menor complejidad en cuanto a número de restricciones y problemas objetivos.

Tabla 1. Estructura del Cuadro Taxonómico

(1) Autor(es)

Año	Objetivos	Restricciones	Taxonomía		
(2)	(3)	(4)	(5) M.S.	E	
				H	
				M	
			(6) P.O.	SO	
				MO	
(7)	Descripción	Heurística	o modelo		

5.2. Casos de Estudio

Un caso especial del MDVRP es el MDVRPPDTW en el que se consideran restricciones de entrega y recogida de mercancía y ventanas de tiempo, el cual se encuentra descrito en Irnich (2000), (Ver Tabla 2), quien problemas en los que las rutas pueden ser fácilmente enumeradas por lo cual el problema a solucionar consiste solo en asignar solicitudes o clientes a las rutas. Se utilizaron modelos de set partitioning/covering en la solución tanto de la etapa de asignación como en la etapa de ruteo. Los resultados muestran que el modelo presentado puede ser integrado a un algoritmo a column generation/branch-and-price con lo que se podría

resolver modelos de este tipo con instancias de tamaño medio y a su vez permitiría verificar de manera más precisa la calidad de las heurísticas generadas para la solución de este tipo de problemas.

Tabla 2. Caracterización Irnich(2000)

Año	Objetivos	Restricciones	Taxonomía		
2000	Minimizar Costo	- Pickup and Delivery - Time Windows	M.S.	E	X
				H	X
				M	
			P.O.	SO	X
				MO	
Descripción o modelo		Heurística Set covering heuristic, column generation/branch-and-price algorithm			

Una de las restricciones que comúnmente impide que los modelos desarrollados en la literatura para los MDVRP encuentre aplicación en problemas reales dentro de las organizaciones es el hecho de que en estos modelos se asume que se cuenta con una flota ilimitada de vehículos en cada uno de los depósitos, lo que en la mayoría de los casos no es cierto. Lim & Wang (2005), (Ver Tabla 3) presentan un caso de estudio llamado MDVRPFD que es un MDVRP con distribución fija de vehículos o un MDVRP capacitado en el que se asume que hay una cantidad M de depósitos y cada depósito contiene exactamente un vehículo, este mismo modelo permite extenderlo a casos en los que hay un número mayor de vehículos.

El problema es resuelto y comparado bajo dos diferentes enfoques, uno de dos fases y uno de una sola fase, en el caso del enfoque de una sola fase el problema es dividido en dos, la primera fase resuelve un problema de asignación y la

segunda un problema de ruteo resultante que es un TSP mediante branch-and-bound y tabu search. Bajo el enfoque de una sola fase se resuelve de una forma integrada la asignación y el ruteo con los mismos métodos. Los resultados muestran que el enfoque integrado de una sola fase brinda mejores resultados comparado al enfoque tradicional de dos fases.

Tabla 3. Caracterización Lim & Wang (2005)

Año	Objetivos	Restricciones	Taxonomía		
2005	Minimizar Distancia	Capacitado	M.S.	E	X
				H	
				M	X
			P.O.	SO	X
				MO	
Descripción o modelo	Heurística	Branch-and-Bound y Tabu Search para resolver un TSP en el ruteo para los dos enfoques de solución presentados			

El multi-depot location routing problema es un tipo de problema que intenta encontrar el número y la ubicación óptima de depósitos y a su vez asignar clientes a los mismos para luego determinar rutas óptimas para la entrega de mercancías. Özyurt & Aksen (2007), (Ver Tabla 4) resolvieron este problema a través de Relajación Lagrangeana con lo cual el problema se descompone en dos tipos de problemas, por un lado se resuelve el problema de ubicación de depósitos y finalmente con un algoritmo Tabu Search se resuelve el MDVRP resultante. Los resultados mejoran las soluciones generadas para las instancias propuestas por Tüzün and Burke (1999).

Tabla 4. Caracterización Özyurt & Aksen(2007)

Año	Objetivos	Restricciones	Taxonomía		
2007	Minimizar Costo		M.S.	E	X
				H	
				M	X
			P.O.	SO	X
				MO	
Descripción o modelo		Heurística Lagrangian Relaxation and Tabu Search			

Un enfoque heurístico de tres fases para resolver un MDHVRPTW que es una variante del MDVRP considerando restricciones de Flota de vehículos heterogénea y ventanas de tiempo fue propuesto por (Dondo & Cerdá, 2007), (Ver Tabla 5). Para el problema en mención se propone una formulación basada en MILP capaz de resolver instancias de hasta 25 nodos. El enfoque heurístico de tres fases que se propone para instancias más grandes identifica en su primera fase clusters factibles mientras que en la segunda fase asigna clusters a los vehículos y los secuencia en cada una de las rutas valiéndose de la formulación de MILP basada en los clusters diseñados en la fase previa. Finalmente la heurística del tipo cluster First-Route Second ordena los nodos en los clusters y realiza la programación de los vehículos dando solución a numerosos problemas de referencia de la literatura para instancias de diferentes dimensiones a tiempos computacionales aceptables.

Tabla 5. Caracterización Dondo & Cerdá(2007)

Año	Objetivos	Restricciones	Taxonomía		
2007	Minimizar Costo	- Time Windows - Flota Heterogenea	M.S.	E	X
				H	X
				M	
			P.O.	SO	X
				MO	
Descripción o modelo	Heurística	Cluster First-Route algorithm	Second, heuristic-based clustering		

En un estudio llevado por Kek, Cheu & Meng (2008), (Ver Tabla 6), sobre dos casos especiales de VRP's llamados problemas de ruteo de vehículos capacitados con restricciones de distancia o DCVRP por sus siglas en inglés, se muestra los beneficios de permitir cierta flexibilidad en el depósito de inicio y finalización de la ruta para los vehículos. En el primer problema estudian el caso DCVRP_Fix que considera restricciones de servicio, tiempo de viaje y minimización del número de vehículos. El segundo problema llamado DCVRP_Flex que permite la asignación flexible del depósito de inicio y finalización de la ruta lo que permite a los vehículos tener la libertad de elegir sus depósitos de inicio y finalización de ruta e incluso recargar mercancía en depósitos a mitad de la ruta. Los resultados muestran que con el modelo DCVRP_Flex se logra un ahorro en costos del 49.1% en su mayor parte gracias a la flexibilidad de recargar durante las rutas, así como la ventaja de poder regresar a cualquier depósito.

Tabla 6. Caracterización Kek, Cheu & Meng(2008)

Año	Objetivos	Restricciones	Taxonomía		
2008	Minimizar Costo	- Flota fija (Capacitado) - Pickup and Delivery	M.S.	E	X
				H	
				M	
			P.O.	SO	X
				MO	
Descripción o modelo	Heurística	Mix integer programming, branch and bound algorithm			

Dondo, Méndez & Cerdá (2008), (Ver Tabla 7) muestra otro enfoque para un problema más general de ruteo como es el MDHVRPPD que incluso es capaz de solucionar los modelos simples de MDVRP, HVRP y el VRPPD por separado. El problema es solucionado en primera instancia para problemas de referencia de la literatura clusterizados y con distribución aleatoria de ubicaciones con la formulación MILP planteada para soluciones exactas pero para instancias pequeñas, para grandes instancias se presenta un local search improvement algorithm con dos pasos o movimientos evolutivos y una estructura de vecindario desarrollada para la generación de las soluciones iniciales. Se encontraron soluciones exitosas a una gran mayoría de problemas de referencia a razonables tiempos computacionales.

Tabla 7. Caracterización Dondo, Méndez & Cerdá(2008)

Año	Objetivos	Restricciones	Taxonomía		
2008	Minimizar Costo	<ul style="list-style-type: none">- Flota Heterogénea- Pickup and Delivery- Time Windows	M.S.	E	X
				H	X
				M	
			P.O.	SO	X
				MO	
Descripción o modelo	Heurística	MILP y local search improvement algorithm con dos pasos o movimientos evolutivos y una estructura de vecindario desarrollada para la generación de las soluciones iniciales			

Flisberg, Lidén & Rönnqvist (2009), (ver Tabla 8), presentan un caso especial del MDVRP que considera cuatros restricciones adicionales al problema como son: ventanas de tiempo, flota heterogénea, entrega fraccionada y entrega y recogida de mercancía además del hecho que estos problemas suelen ser de gran tamaño. Este caso se presenta en la industria forestal en donde diariamente se deben rutear camiones de carga hacia nodos de carga que pueden ser considerados como clientes en un problema común de ruteo de vehículos. Los autores proponen un enfoque de dos fases para solucionar el problema, en la primera fase se resuelve un problema de programación lineal cuyo objetivo es encontrar un destino de flujo de mercancía para crear nodos de transporte los cuales cada uno define un origen y un destino para los camiones de carga. En la segunda fase se realiza una combinación de estos nodos de transporte a través de un método Tabu Search estándar. El enfoque presentado es probado en casos industriales de compañías de la industria forestal en Suecia.

Tabla 8. Caracterización Flisberg, Lidén & Rönnqvist (2009)

Año	Objetivos	Restricciones	Taxonomía		
2009	Minimizar Costo	<ul style="list-style-type: none">- Pickup and Delivery- Split Delivery- Flota Heterogénea- Time Windows	M.S.	E	X
				H	X
				M	
			P.O.	SO	X
				MO	
Descripción o modelo	Heurística	Linneear Programming para destinar flujo de mercancía, Tabu Search combinación de nodos.			

Otro caso en el que se tienen en cuenta restricciones de ventanas de tiempo lo presentaron Dondo & Cerdá (2009), (Ver Tabla 9). Se trata de un MDVRP en el que se tienen ventanas de tiempo predefinidas y se cuenta con diferentes tipos de vehículos o flota heterogénea y es formulado a través de MILP con un esquema de descomposición espacial aplicado a la solución planteada al problema. El método de solución planteado para solucionar el MDHVRPTW fue una heurística Local Search Improvement Algorithm que explora un gran vecindario de soluciones para hallar la solución factible de menor costo. La estructura o el espacio de soluciones está comprendido por todas aquellas que pueden ser generadas de forma iterativa haciendo cambios en nodos de las rutas más cercanas. Se logró obtener tiempos computacionales razonables en instancias grandes de problemas de referencia en la literatura.

Tabla 9. Caracterización Dondo & Cerdá(2009)

Año	Objetivos	Restricciones	Taxonomía		
2009	Minimizar Costo	Flota Heterogénea Time Windows	M.S.	E	
				H	X
			P.O.	M	
				SO	X
				MO	
Descripción o modelo	Heurística	Local Search Improvement Algorithm con un esquema de descomposición espacial			

Schmid et al(2010), (Ver Tabla 10), presentan un caso aplicado del MDHVRPSP que consiste en el problema que enfrentan las compañías de la industria del concreto en donde el concreto producido en diferentes plantas debe ser entregado a las construcciones con una flota heterogénea de vehículos. Los autores proponen para la solución de este problema un enfoque híbrido con dos métodos, uno exacto masado en MILP y uno meta-heurístico basado en Variable Neighborhood Search (VNS). El VNS en primer lugar genera soluciones factibles mientras que el solver de MILP soluciona el problema, adicionalmente se usa Very Large Neighborhood Search (VLNS) para determinar que variables quedaran fijas. Finalmente este enfoque híbrido es comparado con el enfoque tradicional VNS y se demuestra que la meta-heurística presentada supera el VNS aplicado de forma independiente para solucionar este tipo de problemas.

Tabla 10. Caracterización Schmid, et al(2010)

Año	Objetivos	Restricciones	Taxonomía		
2010	Minimizar Costo	- Flota Heterogénea - Split Delivery	M.S.	E	X
				H	
				M	X
			P.O.	SO	X
				MO	
Variable Neighborhood Search que genera soluciones					
Descripción	Heurística	factibles, Very Large Neighborhood Search para			
o modelo		determinar que variables quedaran fijas y MILP para			
		solucionar			

El MDSDVRP es un problema en el que se combinan dos tipos de problemas como son el problema de ruteo de vehículos con entrega fraccionada (SDVRP) y el problema de ruteo de vehículos con múltiples depósitos (MDVRP), para este tipo de problemas se encuentra un estudio representativo realizado por Gulczynski , Golden, & Wasil (2011), (Ver Tabla 11), para la solución del cual desarrollan una heurística basada en programación lineal entera y aplicándola a 30 instancias para determinar la reducción en distancia de viaje para entregas fraccionadas de vehículos de un mismo deposito o de diferentes depósitos. Se reportan resultados para dichas instancias.

Tabla 11. Caracterización Gulczynski, Golden, & Wasil (2011)

Año	Objetivos	Restricciones	Taxonomía		
2011	Minimizar Distancia	Split Delivery	M.S.	E	X
				H	X
				M	
			P.O.	SO	X
				MO	
Descripción o modelo	Heurística	Heurística basada en programación lineal entera			

Un caso similar al MDHCVRPTW presentado por Pisinger and Ropke (2005) lo encontramos en un trabajo presentado por Bettinelli, Ceselli & Righini (2011), (Ver Tabla 12). Este problema es abordado con métodos exactos y heurísticos tales como Column Generation y Exact Dinamic Programming y heurísticas Greedy. Se concluye que el enfoque presentado basado en branch-and-cut-and-price y el column generation-based heuristic es competitivo con las diferentes heurísticas de búsqueda local desarrolladas en la literatura para este tipo de problemas además de encontrarse que lo que dificulta dichos problemas es precisamente la restricción de contar con una flota heterogénea de vehículos más que el hecho de contar con múltiples depósitos, las ventanas de tiempo y su hermeticidad también cumplen un papel importante en dificultar el problema.

Tabla 12. Caracterización Bettinelli, Ceselli & Righini(2011)

Año	Objetivos	Restricciones	Taxonomía		
2011	Minimizar Costo	- Flota Fija (Capacitado) - Flota Heterogénea - Time Windows	M.S.	E	X
				H	X
				M	
			P.O.	SO	X
				MO	
Descripción o modelo	Heurística	Column Generation y heurísticas Greedy	Exact	Dinamic Programming	y

6. CAPITULO 6 MODELACIÓN MATEMÁTICA DE UN MDHVRPTW

6.1. DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA

El tipo de VRP que se estudia en el presente trabajo es una extensión del mismo llamada MDHVRPTW, el cual considera múltiples depósitos, una flota heterogénea de vehículos y ventanas de tiempo. Este problema puede ser representando a través de un grafo dirigido $G(A, I, D)$, donde: $I = \{1, 2, 3, \dots, n\}$ representa el conjunto de nodos (clientes o ciudades en algunos casos generalizados), el conjunto de depósitos $D = \{d_1, d_2, d_3, \dots, d_l\}$ y $A = \{(i, j) / i, j \in (I \cup D)\}$ el conjunto de arcos. Los clientes o nodos $i = 1, 2, \dots, n$ poseen cada uno una demanda $W_i > 0$ la cual debe ser suministrada dentro de una ventana de tiempo $\{a_i, b_i\}$, donde a_i es el horario más temprano y b_i , el horario más tardío dentro del cual se debe empezar la atención al cliente. El conjunto de arcos representa el desplazamiento de un nodo i hasta un nodo j , donde, se da por sentado que dicho arco es la ruta de menor costo conectando los nodos i y j . De igual forma se cuenta con una flota heterogénea de vehículos $V = \{v_1, v_2, v_3, \dots, v_m\}$ con diferentes capacidades (q_v) ubicados en múltiples depósitos $d \in D$ disponibles para cumplir las labores de entrega de mercancía. Se establece para este modelo el hecho de que cada vehículo debe iniciar y terminar su ruta en el depósito asignado, por lo cual la ruta asignada para el vehículo debe estar representada por el tour $r = \{d, i, (i + 1), \dots, d\}$ conectados por los arcos dirigidos pertenecientes al conjunto A los cuales comienzan y terminan en el depósito d asignado. Se establece también para el modelo que asociado al conjunto de arcos dirigidos $a_{ij} \in A$ se tienen las matrices o parámetros $C = \{c_{ij}^v\}$ y $\beta = \{t_{ij}^v\}$ las cuales constituyen costos y tiempos de viaje desde el nodo i al nodo j utilizando el vehículo v donde se asume que dichas matrices cumplen la desigualdades triangulares $c_{ik} + c_{kj} \geq c_{ij}$ y $t_{ik} + t_{kj} \geq t_{ij}$ con lo cual se asegura que el arco a_{ij} es la ruta de menor costo y tiempo entre el cliente i y el cliente

j como se mencionó anteriormente. La demanda y el tiempo de servicio son parámetros del modelo el cual debe cumplir las siguientes restricciones:

- Cada ruta debe empezar y terminar en el mismo depósito
- Cada nodo debe pertenecer exactamente a una ruta
- El total de carga asignada a un vehículo no debe exceder su capacidad
- La duración del viaje para cada vehículo debe ser menor al tiempo de ruta máximo permitido
- El nodo i debe ser atendido dentro de una ventana de tiempo, de otra forma se incurre en costos de penalización

El objetivo del presente problema es el de minimizar el costo total del servicio de entrega de mercancías a todos los clientes en donde se consideran costos de distancias y tiempos de rutas, costos fijos por uso de vehículos, costos de tiempos de espera y costos de penalización por violación a tiempos de trabajo y de servicio.

6.2. FORMULACIÓN

6.2.1. Nomenclatura

Conjuntos

I	Conjunto de nodos
V	Conjuntos de vehículos
P	Conjunto de depósitos

Escalar

- M_c Número muy grande definido como 1.25 veces el tiempo máximo de trabajo por la velocidad promedio de los vehículo por el costo variable por distancia recorrida
- M_T Número muy grande definido como 1.125 veces el tiempo máximo de trabajo

Parámetros

- q_v Capacidad del vehículo v
- cf_v Costo fijo por uso del vehículo v
- a_i Horario más temprano posible de llegada al nodo i
- b_i Horario más tardío posible de llegada al nodo i
- tv_v^{max} Tiempo de ruta máximo para el vehículo v
- d_{ij} Distancia del arco de mínimo costo entre los nodos i y j
- d_{ip} Distancia del arco de mínimo costo entre el nodo i y el depósito p
- c_t Costo de hora de trabajo por vehículo
- c_{ij}^v Costo unitario de ruta para el arco $i - j$ y el vehículo v
- c_{ip}^v Costo unitario de ruta para el arco $i - p$ y el vehículo v
- t_{ij}^v Tiempo de viaje de mínimo costo del nodo i al nodo j
- t_{pi}^v Tiempo de viaje de mínimo costo del nodo i al nodo j
- TV_v^{max} Tiempo máximo de trabajo para el vehículo v
- st_i^v Tiempo de servicio en el nodo i el vehículo v
- tf_i Tiempo fijo de parada en el nodo i
- ρ_i Costo unitario de multa debido a la violación de una restricción de ventana de

	tiempo para el nodo i
ρ_v	Costo unitario de multa debido a la violación de una restricción de tiempo de ruta para el vehículo v
w_i	Demanda en el nodo i

Variables

X_{pv}	Variable binaria que denota que el vehículo v se asigna al depósito p
Y_{iv}	Variable binaria que denota que el nodo i es visitado por el vehículo v
S_{ij}	Variable binaria que denota que el nodo i es visitado antes del nodo j ($S_{ij} = 1$) o después del nodo j ($S_{ij} = 0$) cuando ambos están en el mismo tour
C_i	Costo de visita al nodo i
CV_v	Costo de viaje asociado al vehículo v
T_i	Tiempo de visita al nodo i
TV_v	Tiempo de ruta para el vehículo v
Δa_i	Violación de la restricción de ventana de tiempo debido a una llegada antes de a_i
Δb_i	Violación de la restricción de ventana de tiempo debido a una llegada después de b_i
ΔT_v	Variable positiva que denota violación de la restricción de tiempo de ruta para el vehículo v
L_v	Carga asignada cada vehículo

6.2.2. Modelo de MIP

FUNCIÓN OBJETIVO

$$\text{Min} \sum_{v \in V} \left(cf_v \sum_{p \in P} X_{pv} + c_t TV_v + CV_v \right) + \rho_v \Delta T_v + \sum_{i \in I} \rho_i (\Delta a_i + \Delta b_i)$$

En la función objetivo la meta o el problema que se pretende resolver es minimizar el costo total de proveer el servicio de entrega de mercancía en cada nodo o cliente. Se consideran tres tipos de costos: el costo fijo asociado al uso de cada vehículo $cf_v \sum_{p \in P} X_{pv}$ con datos de cálculos de costos fijos mensuales para tres tipos de vehículos de carga tomados según el ministerio de transporte, costos de viaje por cada ruta seleccionada CV_v que vienen dados por costos variables por distancia recorrida según el ministerio de transporte para cada tipo de vehículo, los costos de horas trabajadas $c_t TV_v$ según salarios establecidos para transportadores de carga pesada y los costos de multas asociadas a la violación de una ventana de tiempo $\sum_{i \in I} \rho_i (\Delta a_i + \Delta b_i)$ y del tiempo de ruta máximo permitido para cada vehículo $\rho_v \Delta T_v$.

Asignación de los nodos a los vehículos

$$\sum_{v \in V} Y_{iv} = 1 \quad \forall i \in I$$

Cada nodo debe estar asociado solamente a un tour o a un solo vehículo.

Asignación de vehículos a los depósitos

$$\sum_{p \in P} X_{pv} \leq 1 \quad \forall v \in V$$

Cada vehículo puede ser asignado máximo a un depósito, el modelo permite que se asigne o no un depósito dependiendo de si es o no conveniente para el objetivo que se persigue.

Costo de ruta mínimo para visitar el nodo i

$$C_i \geq c_{pi}^v (X_{pv} + Y_{iv} - 1) \quad \forall i \in I, p \in P, v \in V$$

El costo de cualquier ruta hacia el nodo i será mayor o igual al costo de la ruta del arco de mínimo costo c_{ip}^v que conecta el depósito p con el nodo i .

Relación entre los costos de visita para los nodos (i, j)

$$\begin{aligned} C_j &\geq C_i + c_{ij}^v - M_c(1 - S_{ij}) - M_c(2 - Y_{iv} - Y_{jv}) \\ C_i &\geq C_j + c_{ji}^v - M_c(S_{ij}) - M_c(2 - Y_{iv} - Y_{jv}) \quad \forall i, j \in I, v \in V: i < j \end{aligned}$$

El costo de la ruta realizada desde el depósito al nodo j por un vehículo no será menor al costo de visitar el nodo i si ambos nodos pertenecen al mismo tour ($Y_{iv} = Y_{jv} = 1$) y el nodo i es visitado antes que j , ($S_{ij} = 1$) De otra forma el caso contrario también será cierto. Se introduce M_c como un valor muy grande por la cual se multiplica las variables binarias definido como 1.15 veces el costo de la distancia recorrida en el tiempo máximo de trabajo, en aquellos casos en que los nodos no

pertenecen al mismo tour o el nodo i no es visitado antes que el nodo j o viceversa (Artificio Matemático para evitar que la restricción tenga en cuenta secuencias diferentes o diferentes vehículos).

Costo total de ruta debido al uso del vehículo v

$$CV_v \geq C_i + c_{ip}^v - M_c(2 - X_{pv} - Y_{iv}) \forall i \in I, p \in P, v \in V$$

El costo total de viaje CV_v no debe ser menor al costo de visitar cualquier nodo i más el costo de retornar al depósito por la ruta de mínimo costo entre el nodo i y el depósito p . Los costos tanto mínimos de recorrido desde el depósito hasta cualquier nodo i como los costos acumulados de visita de cualquier nodo i vienen dados por la distancia recorrida por el vehículo multiplicada por el costo variable de recorrido de un vehículo de carga dado en costo por distancia recorrida; los datos para estos costos fueron tomados de datos del ministerio de transporte.

Tiempo mínimo de visita para el nodo i

$$T_i \geq t_{pi}^v(X_{pv} + Y_{iv} - 1) \quad \forall i \in I, p \in P, v \in V$$

El tiempo de cualquier ruta hacia el nodo i será mayor o igual al tiempo de la ruta del arco de mínima duración t_{ip}^v que conecta el depósito p con el nodo i .

Relación entre los tiempos de visita para los nodos (i, j)

$$T_j \geq T_i + st_i + t_{ij}^v - M_T(1 - S_{ij}) - M_T(2 - Y_{iv} - Y_{jv})$$

$$T_i \geq T_j + st_j + t_{ji}^v - M_T(S_{ij}) - M_T(2 - Y_{iv} - Y_{jv}) \quad \forall i, j \in I, v \in V: i < j$$

El horario en que se visita al nodo j por un vehículo no será menor al tiempo de visita del nodo i si ambos nodos pertenecen al mismo tour ($Y_{iv} = Y_{jv} = 1$) y el nodo i es visitado antes que j , ($S_{ij} = 1$). De otra forma el caso contrario también será cierto. Se introduce M_T como un valor muy grande por la cual se multiplica las variables binarias definido como 1.15 veces el tiempo máximo de trabajo, en aquellos casos en que los nodos no pertenecen al mismo tour o el nodo i no es visitado antes que el nodo j o viceversa (Artificio Matemático para evitar que la restricción tenga en cuenta secuencias diferentes o diferentes vehículos).

Tiempo total de ruta debido al uso del vehículo v

$$TV_v \geq T_i + st_i + t_{ip}^v - M_T(2 - X_{pv} - Y_{iv}) \quad \forall i \in I, p \in P, v \in V$$

El tiempo total de viaje TV_v no debe ser menor al costo de visitar cualquier nodo i más el tiempo de servicio y el tiempo que toma retornar al depósito por la ruta de mínimo costo entre el nodo i y el depósito p . Tanto el tiempo mínimo de visita desde el depósito hasta cualquier nodo i como el tiempo total de viaje se obtienen de la distancia recorrida por el vehículo dividida entre una velocidad promedio de recorrido.

Violación a restricción de ventana de tiempo por llegar antes de tiempo

$$\Delta a_i \geq a_i - T_i \quad \forall i \in I$$

La cantidad de tiempo de violación a la ventana de tiempo a_i será mayor igual

a la diferencia entre el horario más temprano de servicio a_i y el tiempo de visita al nodo i , T_i .

Violación a restricción de tiempo por llegada tardía

$$\Delta b_i \geq T_i - b_i \quad \forall i \in I$$

La cantidad de tiempo de violación a la ventana de tiempo b_i será mayor igual a la diferencia entre el tiempo de visita al nodo i , T_i y el horario más tardío de servicio b_i .

Violación a la restricción de tiempo de ruta

$$\Delta T_v \geq TV_v - tv_v^{\max} \quad \forall v \in V$$

La cantidad de tiempo de violación al tiempo máximo permitido de ruta tv_v^{\max} será mayor igual a la diferencia entre el tiempo de ruta, TV_v y el tiempo máximo permitido de ruta tv_v^{\max} .

Restricciones de capacidad

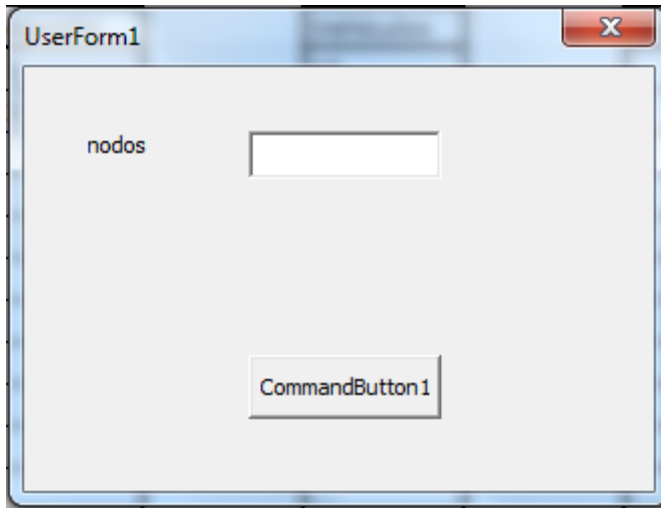
$$L_v = \sum_{i \in I} w_i Y_{iv} \quad \forall v \in V$$

$$L_v \leq q_v \sum_{p \in P} X_{pv} \quad \forall v \in V$$

La cantidad total de artículos cargados no debe exceder la capacidad del vehículo si el mismo es asignado. Para mejorar el rendimiento computacional del modelo propuesto y de igual manera tener una lectura clara de la carga asignada a cada vehículo se introduce la variable L_v

6.3. CODIFICACION

La codificación y solución del problema en cuestión se realizó a través del programa de modelado avanzado para programación y optimización GAMS (General Algebraic Modeling System), generando las soluciones a través del solver Cplex, integrado al mismo. Se utilizó en la codificación del modelo propuesto una herramienta para importar datos de Excel ya que debido a la naturaleza del problema, la cantidad de parámetros (datos) que se ingresan al código es bastante grande lo cual resulta un proceso tedioso si se quiere ingresar los mismos en tablas o matrices para un modelo complejo de ruteo de vehículos. Otra de las ventajas que ofrece el empleo de esta herramienta es que permite que haya independencia entre el código en GAMS y la manipulación de los datos de entrada del modelo ya que los parámetros se cargan en Excel de tal manera que al momento de generar la solución en el software no sea necesario modificar el código. Con el fin de lograr que se puedan trabajar varias instancias del problema con el mismo código, el ingreso de nodos, depósitos y vehículos se codificó mediante formularios que permitan fácilmente cambiar el número de cada uno de estos conjuntos modificando a tiempo cada uno de los parámetros que dependen de dichos conjuntos. El formulario es el siguiente:



Una vez se ingresa el número de nodos se ejecuta una macro que calcula y escribe el número de datos que luego son modificados en la hoja de Excel en todos los parámetros que dependen de estos.

Código de la macro:

```
Private Sub CommandButton1_Click()
```

```
Dim num_nodos As Integer
```

```
num_nodos = TextBox1.Value
```

```
Range("AF3:AF10000").ClearContents
```

```
For i = 1 To num_nodos
```

```
Worksheets("Hoja1").Cells(i + 2, 32) = i
```

```
Next i
```

```
Range(Cells(3, 32), Cells(num_nodos + 2, 32)).Select
```



```

Selection.Name = "Nodos"
Range(Cells(3, 10), Cells(num_nodos + 2, 10)).Select
Selection.Name = "Nodos_cmn"
Range(Cells(3, 11), Cells(num_nodos + 2, 11)).Select
Selection.Name = "Nodos_cmc"
Range(Cells(3, 13), Cells(num_nodos + 2, 13)).Select
Selection.Name = "Nodos_tan"
Range(Cells(3, 14), Cells(num_nodos + 2, 14)).Select
Selection.Name = "Nodos_tat"
Range(Cells(3, 16), Cells(num_nodos + 2, 16)).Select
Selection.Name = "Nodos_tbn"
Range(Cells(3, 17), Cells(num_nodos + 2, 17)).Select
Selection.Name = "Nodos_tbt"
Range(Cells(3, 19), Cells(num_nodos + 2, 19)).Select
Selection.Name = "Nodos_dnn"
Range(Cells(3, 20), Cells(num_nodos + 2, 20)).Select
Selection.Name = "Nodos_dnd"
Range(Cells(3, 22), Cells(num_nodos + 2, 22)).Select
Selection.Name = "Nodos_tfn"
Range(Cells(3, 23), Cells(num_nodos + 2, 23)).Select
Selection.Name = "Nodos_tft"
ActiveCell.Select
UserForm1.Hide

End Sub

```

Cada uno de los rangos creados serán llamados desde la hoja de cálculo por

GAMS y sin importar el número de nodos que se esté modelando los datos se actualizarán automáticamente una vez ejecutada la macro.

Aquellos parámetros que se codifican como arreglos de matrices de 2X2 como es el caso de las matrices distancias de nodo a nodo y distancias de depósito a nodo así como los que son matrices de 3X3 como el costo de recorrido del nodo i al nodo j por el vehículo v también se cargan desde la hoja de Excel, sin embargo como el tamaño de estas matrices depende del tamaño de los conjuntos de nodos, vehículos y depósitos, el tamaño y la configuración de dichas matrices se realiza con una macro que de igual manera calcula y escribe estas matrices de tal manera que cuando se quiera modificar el tamaño del problema a solucionar, al momento de actualizar el número de vehículos, nodos y depósitos también se actualicen de forma automática estas matrices de parámetros. Este método facilita la escalabilidad de los problemas que se solucionan y como se mencionó, permite modificar el tipo de problema a solucionar sin modificar el código en GAMS. El código de la macro que calcula dichas matrices es:

```
Sub perm_cost_3D()  
Dim k As Long  
Dim num_vehicles As Integer  
Dim num_nodos As Integer  
num_nodos = Worksheets("hoja2").Cells(2, 2)  
num_vehicles = Worksheets("hoja2").Cells(2, 5)  
Range("I3:I10000").ClearContents  
k = 2  
For i = 1 To num_nodos  
    For j = 1 To num_nodos
```

```

For V = 1 To num_vehicles
    Worksheets("hoja2").Cells(k + 1, 9) = Worksheets("hoja1").Cells(i + 2, 32) & "." &
Worksheets("hoja1").Cells(j + 2, 32) & "." & Worksheets("hoja1").Cells(V + 2, 30)
    k = k + 1
Next V
Next j
Next i
Range(Cells(3, 9), Cells(k, 9)).Select
Selection.Name = "Costo_distancia"
Range(Cells(3, 10), Cells(k, 10)).Select
Selection.Name = "Costo_distancia_c"
ActiveCell.Select
End Sub

```

Los datos que se cargan a estas matrices como los costos variables asociados a cada vehículo y los tiempos de ruta dependen de las distancias recorridas en cada arco que conecta un nodo con otro. Para probar el desempeño del modelo de MILP presentado se solucionaron instancias de referencias de Solomon de las cuales se extraen las ubicaciones de los nodos. Las distancias que se calculan a partir de estas ubicaciones son distancias euclidianas y se calcularon a partir del siguiente código:

```

Private Function distancia(x1, y1, x2, y2) As Single

    distancia = Sqr((x2 - x1) ^ 2 + (y2 - y1) ^ 2)

End Function

```

```

Sub calculo_distancias()

Dim n As Integer
Dim Num_Clientes As Integer
Num_Clientes = Worksheets("hoja2").Cells(2, 2)
n = 3

For i = 1 To Num_Clientes
    For j = 1 To Num_Clientes

        Worksheets("hoja2").Cells(n, 4) = distancia(Worksheets("hoja3").Cells(i + 10, 3),
Worksheets("hoja3").Cells(i + 10, 4), Worksheets("hoja3").Cells(j + 10, 3),
Worksheets("hoja3").Cells(j + 10, 4))

        n = n + 1
    Next j
Next i

End Sub

```

Con el proceso de inserción de parámetros al código en GAMS completamente automatizado en la hoja de calculo de Excel que contiene formularios y botones de comandos darle escalabilidad a el problema de ruteo de vehículos del tipo MDHVRPTW es una tarea fácil ya que se pueden modificar las entradas del número de depósitos, la cantidad y los tipos de vehículos y el número de clientes a ser abastecidos actualizando al mismo tiempo los parámetros de costos y tiempos. De las instancias de Solomon se extraen datos como: las ventanas de tiempos, los

tiempos de servicios, las demandas en cada nodo y sus respectivas ubicaciones.

Debido a la complejidad computacional del modelo los tiempos de solución para instancias grandes son muy altos por lo cual, con el fin de disminuir los mismos se introdujo al código opciones para modificar el desempeño del algoritmo Branch and Cut que ejecuta el solver Cplex para solucionar problemas del tipo MIP, así como sus estrategias de ramificación.

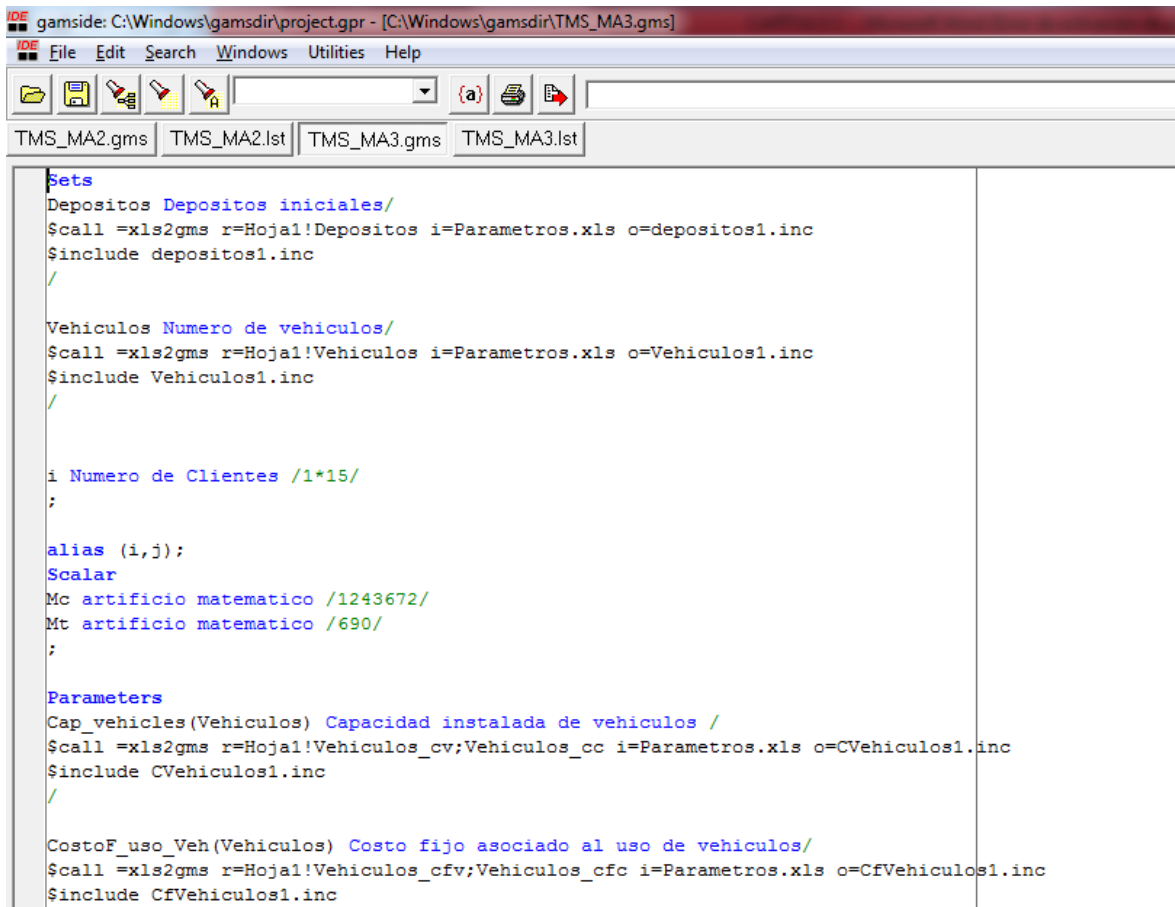
Se introdujo primeramente la opción “mipemphasis(integer)” la cual controla tácticas de solución de los problemas de programación entera mixta. Por default esta opción tiene un valor de 0, sin embargo diferentes tácticas de solución pueden ser modificadas por el usuario en el solver Cplex modificando el valor de “mipemphasis(integer)” en

- 0 El solver realiza un balance entre optimalidad y factibilidad de las soluciones encontradas
- 1 El solver enfatiza la factibilidad de las soluciones por encima de la optimalidad de las mismas
- 2 El solver enfatiza en la optimalidad de las soluciones por encima de su factibilidad
- 3 El solver enfatiza en los movimientos hacia la mayor cota

Otra opción que se introdujo al código fue la opción “varsel”. Esta opción se utiliza para establecer una regla para seleccionar la variable de ramificación en el nodo que ha sido seleccionado para realizar la ramificación. Un valor por defecto de cero permite a Cplex seleccionar la mejor regla basado en el problema y su progreso. Cambiar el valor de Varsel a 3 causa una ramificación fuerte haciendo que la

selección de variables se base en la solución de un número de sub-problemas con ramificaciones tentativas para ver que ramificación es más promisoría. Esta es una técnica efectiva en problemas grandes y difíciles.

A continuación se presenta el código programado en GAMS



```

IDE gamside: C:\Windows\gamsdir\project.gpr - [C:\Windows\gamsdir\TMS_MA3.gms]
IDE File Edit Search Windows Utilities Help
[Icons] (a) [Icons]
TMS_MA2.gms TMS_MA2.lst TMS_MA3.gms TMS_MA3.lst

Sets
Depositos Depositos iniciales/
$call =xls2gms r=Hoja1!Depositos i=Parametros.xls o=depositos1.inc
$include depositos1.inc
/

Vehiculos Numero de vehiculos/
$call =xls2gms r=Hoja1!Vehiculos i=Parametros.xls o=Vehiculos1.inc
$include Vehiculos1.inc
/

i Numero de Clientes /1*15/
;

alias (i,j):
Scalar
Mc artificio matematico /1243672/
Mt artificio matematico /690/
;

Parameters
Cap_vehiculos(Vehiculos) Capacidad instalada de vehiculos /
$call =xls2gms r=Hoja1!Vehiculos_cv;Vehiculos_cc i=Parametros.xls o=CVehiculos1.inc
$include CVehiculos1.inc
/

CostoF_uso_Veh(Vehiculos) Costo fijo asociado al uso de vehiculos/
$call =xls2gms r=Hoja1!Vehiculos_cfv;Vehiculos_cfc i=Parametros.xls o=CfVehiculos1.inc
$include CfVehiculos1.inc

```

```

/
CostoM_Violac_TmaxV(Vehiculos) Costo de multa por violar tiempo max de trabajo/
$call =xls2gms r=Hoja1!Vehiculos_cmv;Vehiculos_cmc i=Parametros.xls o=CmVehiculos1.inc
$include CmVehiculos1.inc
/

TMax_trab_veh (Vehiculos) Tiempo maximo de trabajo por vehiculo/
$call =xls2gms r=Hoja1!Vehiculos_tmv;Vehiculos_tmt i=Parametros.xls o=TmVehiculos1.inc
$include TmVehiculos1.inc
/

CostoM_Violac_VT(i) Costo de multa por violacion a ventana de tiempo/
$call =xls2gms r=Hoja1!Nodos_cmn;Nodos_cmc i=Parametros.xls o=CmNodos1.inc
$include CmNodos1.inc
/

TServ_temp_Nodos(i) Tiempo de servicio mas temprano en nodos/
$call =xls2gms r=Hoja1!Nodos_tan;Nodos_tat i=Parametros.xls o=taNodos1.inc
$include taNodos1.inc
/

TServ_tard_Nodos(i) Tiempo de servicio mas tardio en nodos/
$call =xls2gms r=Hoja1!Nodos_tbn;Nodos_tbt i=Parametros.xls o=tbNodos1.inc
$include tbNodos1.inc
/

Dem_Nodos(i) Demanda asociada a cada nodo/
$call =xls2gms r=Hoja1!Nodos_dnn;Nodos_dnd i=Parametros.xls o=dnNodos1.inc
$include dnNodos1.inc

```

```

/
TiempF_Parad_Nodos(i) Tiempo fijo de parada en nodos/
$call =xls2gms r=Hoja1!Nodos_tfn;Nodos_tft i=Parametros.xls o=tfNodos1.inc
$include tfNodos1.inc
/

Dist_MinC_ij(i,j) Distancia del arco de minimo costo entre i y j/
$call =xls2gms r=Hoja2!Distancia_del_arco;Distancia_del_arco_d i=Parametros.xls o=DArco1.inc
$include DArco1.inc
/

Tiemp_serv_iv(i) Tiempo de servicio en el nodo i por el vehiculo v/
$call =xls2gms r=Hoja2!Tiempo_de_servicio;Tiempo_de_servicio_ts i=Parametros.xls o=Tserv1.inc
$include Tserv1.inc
/

Costo_dist(i,j,Vehiculos) Matriz costo distancia por vehiculo/
$call =xls2gms r=Hoja2!Costo_distancia;Costo_distancia_c i=Parametros.xls o=Cdist1.inc
$include Cdist1.inc
/

Costo_dist_di(Depositos,i,Vehiculos) Matriz costo distancia del deposito al nodo i por vehiculo/
$call =xls2gms r=Hoja2!Costo_distancia_di;Costo_distancia_di_c i=Parametros.xls o=Cdistdi1.inc
$include Cdistdi1.inc
/

Tiempo_dist_di(Depositos,i,Vehiculos) Matriz tiempo de viaje desde el deposito al nodo i por vehic
$call =xls2gms r=Hoja2!Tiempo_distancia_di;Tiempo_distancia_di_t i=Parametros.xls o=Tdistdi1.inc
$include Tdistdi1.inc

```



```

/

Tiemp_Viaje_MC(i,j,Vehiculos) Tiempo de viaje de minimo costo entre i y j por vehiculo/
$call =xls2gms r=Hoja2!Tiempo_de_viaje;Tiempo_de_viaje_tv i=Parametros.xls o=Tviaje1.inc
$include Tviaje1.inc
/

Costo_hora_trab(Vehiculos) Costo de hora de trabajo por vehiculo/
$call =xls2gms r=Hoja1!Vehiculos_chv;Vehiculos_chc i=Parametros.xls o=Chora1.inc
$include Chora1.inc
/
;

Positive Variables
Da(i) Violacion a ventana de tiempo de horario mas temprano
Db(i) Violacion a ventana de tiempo de horario mas temprano
DT(Vehiculos) Violacion de tiempo de trabajo del vehiculo v
C(i) Costo de distancia acumulada hasta el nodo i
CV(Vehiculos) Costo de distancia total recorrida por el vehiculo v
T(i) Tiempo de llegada del vehiculo al nodo i
TV(Vehiculos) Duracion del viaje para el vehiculo v
L(Vehiculos) Carga de cada vehiculo
;

binary variables
S(i,j) Variable binaria que denota que el nodo i es visitado despues del nodo j
X(Depositos, Vehiculos) Variable binaria que denota que el vehiculo v se asigna al deposito p
Y(i, Vehiculos) Variable binaria que denota que el nodo i se asigna al vehiculo v
;

```

```

free variable
Z Funcion objetivo(minimizacion)
;

equations

Costo_total Funcion objetivo
Asig_nod(i) Asignar nodos a vehiculos
Asig_vehiculos(Vehiculos) Asignar vehiculos a depositos
CostMin_viaje(i,Depositos,Vehiculos) Costo minimo de viaje al nodo i
CostMin_viaje_acum(i,j,Vehiculos) Costo minimo de viaje acumulado menor en i que en j
CostMin_viaje_acum2(i,j,Vehiculos) Costo minimo de viaje acumulado menor en j que en i cuando s=o
Costo_total_viaje(i,Depositos,Vehiculos) Costo total de viaje
TiempoMin_viaje(i,Depositos,Vehiculos) Tiempo minimo de viaje al nodo i
TiempoMin_viaje_acum(i,j,Vehiculos) Tiempo minimo de viaje acumulado menor en i que en j
TiempoMin_viaje_acum2(i,j,Vehiculos) Tiempo minimo de viaje acumulado menor en j que en i cuando s=o
Tiempo_total_viaje(i,Depositos,Vehiculos) Tiempo total de viaje
Viol_vent_Htemprano(i) Violacion de ventana de tiempo por horario mas temprano
Viol_vent_Htardio(i) Violacion de ventana de tiempo por horario mas tardio
Viol_tiem_trab(Vehiculos) Violacion a tiempo de trabajo de vehiculo v
Capacidad_vehiculos(Vehiculos) Capacidad de vehiculos
Carga_vehiculos(Vehiculos) Carga de cada vehiculo
;

Costo_total.. Z=e=sum((Vehiculos),(CostoF_uso_Veh(Vehiculos)*sum((Depositos),X(De
Asig_nod(i).. sum((Vehiculos),Y(i, Vehiculos))=e= 1;
Asig_vehiculos(Vehiculos).. sum((Depositos),X(Depositos, Vehiculos))=1= 1;
CostMin_viaje(i,Depositos,Vehiculos).. C(i) =g= Costo_dist_di(Depositos,i,Vehiculos)*(X(Depositos
CostMin_viaje_acum(i,j,Vehiculos)$ (ord(i)<ord(j)).. C(j) =g= C(i)+ Costo_dist(i,j,Vehiculos)-

```

```

CostMin_viaje_acum2(i,j,Vehiculos)$ (ord(i)<ord(j))..      C(i)          =g= C(j)+ Costo_dist(j,i,Vehi.
Costo_total_viaje(i,Depositos,Vehiculos)..      CV(Vehiculos) =g= C(i)+ Costo_dist_di(Depositos,i,Vehiculos
TiempoMin_viaje(i,Depositos,Vehiculos)..      T(i)          =g= Tiempo_dist_di(Depositos,i,Vehiculos)*(X(i
TiempoMin_viaje_acum(i,j,Vehiculos)$ (ord(i)<ord(j))..      T(j)          =g= T(i)+ Tiemp_serv_iv(i)+ T.
TiempoMin_viaje_acum2(i,j,Vehiculos)$ (ord(i)<ord(j))..      T(i)          =g= T(j)+ Tiemp_serv_iv(j)+ T.
Tiempo_total_viaje(i,Depositos,Vehiculos)..      TV(Vehiculos) =g= T(i)+ Tiemp_serv_iv(i)+ Tiempo_dist_di(Dej
Viol_vent_Htemprano(i)..      Da(i)          =g= TServ_temp_Nodos(i)- T(i);
Viol_vent_Htardio(i)..      Db(i)          =g= T(i)- TServ_tard_Nodos(i);
Viol_tiem_trab(Vehiculos)..      DT(Vehiculos) =g= TV(Vehiculos)- TMax_trab_veh (Vehiculos);
Carga_vehiculos(Vehiculos)..      L(Vehiculos) =e= sum((i),Dem_Nodos(i)* Y(i, Vehiculos));
Capacidad_vehiculos(Vehiculos)..      L(Vehiculos) =l= Cap_vehicles(Vehiculos)* sum((Depositos),X

Model Transport /all/ ;

option mip=cplex

Option Limrow = 10000;

Transport.Reslim = 3000;

Option SysOut = On;

option optcr = 0.03;

Transport.OptFile = 1;
option cplex.mipemphasis = 1;

put 'varsel 3';;
putclose opt;

Solve Transport using MIP Minimizing z ;

Display x.l, x.m
Display z.l, z.m
;

```

7. CAPITULO 7 RESULTADOS

El presente modelo propuesto para solucionar problemas de ruteo de vehículos con restricciones de ventanas de tiempos, flota heterogénea y múltiples depósitos presenta un muy buen desempeño computacional para instancias de hasta 20 nodos, para probar dicho desempeño se resolvieron instancias de referencia de las propuestas por (M. Solomon, 1987) con datos y aleatorios. Las primeras pruebas se realizaron sobre la instancia r101 que corresponde a datos aleatorios para modelos matemáticos arrojando soluciones óptimas en tiempos computacionales despreciables en soluciones a problemas de 5 a 15 nodos. Por la naturaleza compleja de este tipo de problemas que hace que el tiempo computacional de los mismos crezca exponencialmente, las instancias de 15 a 20 nodos tomaron tiempos computacionales aunque relativamente un poco más grandes son en general tiempos aceptables.

7.1. PROGRAMACIÓN DE RUTAS

Se presentan a continuación las soluciones generadas por GAMS para la programación de rutas condensando cada una de las asignaciones, valores de las variables, rutas para cada vehículo, tiempos de llegada y tiempos totales de viaje condensados en una tabla para una fácil interpretación de dicha información. La estructura del cuadro es la siguiente:

- (1) Información de la instancia resuelta: Código de la instancia de Solomon, cantidad de nodos, configuración de parámetros del solver y calidad de la solución
- (2) Vehículos utilizados para la operación de distribución

- (3) Nodos asignados a cada uno de los vehículos
- (4) Depósito al que se asigna el vehículo
- (5) Ruta de mínimo recorrido que debe seguir el vehículo
- (6) Tiempo de llegada del vehículo a cada nodo
- (7) Carga asignada al vehículo
- (8) Tiempo total que toma la operación de distribución
- (9) Valor de la función objetivo que corresponde al costo total de operación

VEHÍCULO	NODOS	DEPOSITO	RUTA	TIEMPO DE LLEGADA AL NODO	CARGA DEL VEHÍCULO	TIEMPO DE VIAJE
(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
FUNCION OBJETIVO Z						(9)

Se solucionan inicialmente las instancias de 5 y 10 nodos para las cuales sin importar la configuración utilizada en el solver se halla la solución óptima al problema.

R101_5Nodos_Solución óptima

VEHÍCULO	NODOS	DEPOSITO	RUTA	TIEMPO DE LLEGADA AL NODO	CARGA DEL VEHÍCULO	TIEMPO DE VIAJE
V4	1	D2	2	50.000	49.000	165.861
	2		4	99.333		
	3		3	126.000		
	4		1	145.707		
V1	5	D2	5	13.744	26.000	37.487
FUNCION OBJETIVO Z						\$3.296.732,08

R101_10Nodos_Solución óptima

VEHÍCULO	NODOS	DEPOSITO	ruta	TIEMPO DE LLEGADA AL NODO	CARGA DEL VEHÍCULO	TIEMPO DE VIAJE
V3	1	D1	7	9.589	124.000	239.195
	2		8	30.057		
	3		5	52.003		
	4		6	70.579		
	5		2	94.645		
	6		4	121.990		
	7		3	153.431		
	8		9	176.295		
	9		1	201.565		
	10		10	224.907		

FUNCION

OBJETIVO Z \$3.296.732,08

Para el problema con 15 nodos se halla una solución cercana al óptimo sin cambiar los parámetros predeterminados del solver, sin embargo cuando se configura la búsqueda con una ramificación fuerte (Varsel 3), se encuentra una solución inferior, es decir, con un costo más alto aunque con un tiempo total de operación menor lo que en algunas circunstancias podría ser útil en casos en los que por cuestiones ajenas a la operación de distribución sea necesario minimizar el tiempo neto de distribución aún a costa de un pequeño incremento en el costo total de la operación.

R101_15Nodos_Solución entera factible al 16% del óptimo

VEHÍCULO	NODOS	DEPOSITO	ruta	TIEMPO DE LLEGADA AL NODO	CARGA DEL VEHÍCULO	TIEMPO DE VIAJE
V1	3	D1	12	63	48	131.797
	9		3	80.454		
	12		9	100.454		
V3	2	D2	10	4.288	119	247.389
	4		11	23.877		
	7		7	46.741		
	8		8	67.21		
	10		14	105.835		
	11		15	129.395		
	13		2	150.545		
	14		13	168.635		
	15		4	200.501		
V4	1	D2	5	34	39	143.913
	5		6	99		
	6		1	125.56		

FUNCIÓN OBJETIVO Z	\$8,335,596.2
--------------------	---------------

R101_15Nodos_OptVarsel3_Solución entera factible al 19.13% del óptimo

VEHICULO	NODOS	DEPOSITO	ruta	TIEMPO DE LLEGADA AL NODO	CARGA DEL VEHICULO	TIEMPO DE VIAJE
V1	11	D1	11	9.428	12.000	28.856
V3	3	D1	7	9.589	146.000	219.171
	4		8	30.057		
	5		5	52.003		
	7		13	75.563		
	8		4	107.429		
	9		12	130.989		
	10		3	150.578		
	12		9	173.442		
	13		10	204.883		
V4	1	D1	1	8.353	48.000	136.740
	2		14	49.601		
	6		15	70.142		
	14		2	88.809		
	15		6	109.743		

FUNCION OBJETIVO	Z	\$8.296.242,57
------------------	---	----------------

La mejor solución para el problema con 15 nodos se halló configurando una búsqueda prioritaria de soluciones factibles (MIPEmphasis 1) en vez de buscar primero soluciones óptimas

R101_15Nodos_OptEmph1_Solución entera factible al 3.03% del óptimo

VEHICULO	NODOS	DEPOSITO	ruta	TIEMPO DE LLEGADA AL NODO	CARGA DEL VEHICULO	TIEMPO DE VIAJE
V1	9	D1	9	43.430	44.000	107.787
	10		11	77.000		
	11		10	94.454		
V3	2	D2	5	17.681	116.000	200.117
	3		14	44.833		
	4		15	68.394		
	5		2	89.543		
	13		13	107.634		
	14		4	139.499		
	15		3	170.940		
V4	1	D1	7	67.629	46.000	175.446
	6		8	85.767		
	7		6	109.000		
	8		12	135.997		
	12		1	157.092		

FUNCION OBJETIVO Z

\$8.299.500,97

R101_15Nodos_OptEmph1_OptVarsel3Solución entera factible al 19.32% del óptimo

VEHICULO	NODOS	DEPOSITO	ruta	TIEMPO DE LLEGADA AL NODO	CARGA DEL VEHICULO	TIEMPO DE VIAJE
V1	4	D2	6	99.000	45.000	175.667
	6		13	122.003		
	13		4	149.000		
V3	1	D1	10	4.288	149.000	259.257
	2		7	26.417		
	3		8	46.886		
	5		5	68.831		
	7		14	95.984		
	8		15	119.544		
	9		2	140.693		
	10		12	170.788		
	12		3	190.377		
	14		9	213.241		
	15		1	238.511		
V4	11	D1	11	9.428	12.000	28.856

FUNCION OBJETIVO Z

\$8.288.844,73

En el caso del problema con 20 nodos la mejor solución se consiguió configurando una ramificación fuerte en la búsqueda (Varsel 3) priorizando la búsqueda de soluciones óptimas, que realiza una mejor asignación de depósitos y nodos al tiempo

que propone una mejor configuración de las rutas a diferencia de cuando se soluciona el problema con las configuraciones predeterminadas o se configuran de manera diferente los parámetros.

R101_20Nodos_Solución entera factible al 13.98% del óptimo

VEHICULO	NODOS	DEPOSITO	ruta	TIEMPO DE LLEGAD A AL NODO	CARGA DEL VEHICULO	TIEMPO DE VIAJE
V2	1	D2	11	25.219	93	254.404
	6		20	54.016		
	7		19	86.883		
	8		7	105.29		
	9		9	142.658		
	11		1	166.045		
	18		18	193.224		
	19		8	211.074		
	20		6	235.998		
V3	2	D2	5	17.681	135	222.121
	3		14	44.833		
	4		15	68.394		
	5		2	89.543		
	12		12	119.638		
	13		3	139.226		
	14		4	170.667		
	15		13	202.533		

V4	10	D2	10	31.512	37	114.437
	16		17	67.546		
	17		16	85		

FUNCION OBJETIVO Z	\$11,263,814.98
--------------------	-----------------

R101_20Nodos_OptVarsel3_Solución entera factible al 2.6% del óptimo

VEHICULO	NODOS	DEPOSITO	ruta	TIEMPO DE LLEGADA AL NODO	CARGA DEL VEHICULO	TIEMPO DE VIAJE
V2	1	D2	6	8.406	100.000	228.458
	3		8	33.331		
	4		17	53.803		
	6		1	94.409		
	8		9	135.216		
	9		3	156.494		
	12		4	185.291		
	17		12	207.179		
V3	5	D2	7	18.193	120.000	177.924
	7		18	36.769		
	13		5	56.358		
	14		16	75.947		
	15		14	95.535		
	16		15	119.096		
	18		13	158.336		

V4	2	D1	19	62.286	45.000	107.787
	10		11	77.000		
	11		10	94.454		
	19		20	116.810		
	20		2	140.245		

FUNCION

OBJETIVO Z \$11.101.674,59

R101_20Nodos_OptEmph1_Solución entera factible al 3.36% del óptimo

VEHICULO	NODOS	DEPOSITO	ruta	TIEMPO DE LLEGADA AL NODO	CARGA DEL VEHICULO	TIEMPO DE VIAJE
V1	1	D2	1	39.399	43.000	130.612
	8		11	67.000		
	11		8	74.906		
	18		18	93.111		
V2	2	D2	2	13.534	94.000	189.660
	7		15	33.308		
	10		14	55.197		
	14		16	73.603		
	15		17	92.009		
	16		7	120.806		
	17		19	139.212		
	19		10	160.491		

V3	3	D2	12	12.864	128.000	222.388
	4		3	32.453		
	5		9	55.318		
	6		20	74.906		
	9		5	124.441		
	12		6	143.017		
	13		13	159.082		
	20		4	190.947		

FUNCION OBJETIVO Z	\$11.176.800,35
--------------------	-----------------

R101_20Nodos_OptEmph1_OptVarsel3Solución entera factible al 3.05% del óptimo

VEHICULO	NODOS	DEPOSITO	ruta	TIEMPO DE LLEGADA AL NODO	CARGA DEL VEHICULO	TIEMPO DE VIAJE
V1	2	D2	2	50.000	38.000	109.454
	13		15	68.667		
	15		13	92.000		
V2	7	D1	7	27.308	80.000	165.166
	8		18	44.827		
	10		8	62.677		
	11		19	86.000		
	18		11	101.317		
	19		10	119.723		
	20		20	141.611		

V3	1	D2	14	27.458	147.000	257.815
	3		16	47.046		
	4		17	66.635		
	5		5	85.211		
	6		6	103.788		
	9		1	135.091		
	12		9	160.360		
	14		3	183.225		
	16		12	202.814		
	17		4	226.374		

FUNCION						
OBJETIVO		Z				\$11.132.250,43

7.2. RESULTADOS COMPUTACIONALES

Para las instancias de más de 10 nodos se experimentó con parámetros del solver cplex 10.0 que implementan diferentes estrategias para el algoritmo de ramificación. Los parámetros con los que se experimentó son Varsel, el cual permite seleccionar la regla de selección para ramificar en un nodo seleccionado; se experimentó con el valor por defecto 0 (cero), el cual selecciona automáticamente cplex de acuerdo al progreso del problema y con el valor 3 (tres), el cual realiza una ramificación fuerte eligiendo el nodo mediante la resolución de varios subproblemas previamente. También se experimentó con el parámetro MIPEmphasis, el cual permite modificar la estrategia con distintos enfoques; se utilizó el parámetro en 0 (cero), el cual es el valor por defecto y busca un balance entre optimalidad y factibilidad y con el valor 1 (uno), el cual prioriza en encontrar soluciones factibles. En

la Tabla 13 y la Tabla 14 se muestran los resultados obtenidos.

Tabla 13. Resultados para instancias de 5 y 10 nodos (valores de parámetros por defecto).

	Costo Total	gap	Tiempo
5 Nodos	\$ 3.296.732,08	0%	0,59
10 Nodos	\$ 4.991.158,15	0%	23,98

Tabla 14. Resultados para instancias de 15 y 20 nodos con variación de parámetros del solver

	Varsel	MIPEmphasis	Costo total	Cota	gap	Tiempo (Segundos)
15 Nodos	0	0	\$ 8.296.242,57	\$ 6.709.172,66	19,13%	3.000
	0	1	\$ 8.299.500,97	\$ 8.047.587,55	3,04%	3.000
	3	0	\$ 8.296.242,57	\$ 6.709.172,66	19,13%	3.000
	3	1	\$ 8.303.097,10	\$ 6.676.682,11	19,59%	3.000
20 Nodos	0	0	\$ 11.263.814,98	\$ 9.688.983,28	13,98%	3.000
	0	1	\$ 11.176.800,35	\$ 10.800.858,23	3,36%	3.000
	3	0	\$ 11.101.674,59	\$ 10.805.681,76	2,66%	3.000
	3	1	\$ 11.132.250,43	\$ 10.792.091,49	3,06%	3.000

Se observa en los resultados que para instancias de entre 5 y 10 nodos, el solver encuentra soluciones óptimas en tiempos mínimos; por otra parte, para instancias de entre 15 y 20 nodos, para un tiempo máximo de 3.000 segundos las mejores soluciones encontradas se obtienen estableciendo el parámetro MIPEmphasis en 0 (buscando lo más pronto posible el óptimo) y Varsel en 3 (realizando ramificación fuerte). En la tabla 3 y 4, se muestra una matriz con el tiempo que emplea el solver con los parámetros que generaron la mejor solución en obtener soluciones inferiores generadas con diferentes parámetros.

Tabla 15. Tiempos empleados por la mejor configuración para 15 nodos

Mejor Solución Encontrada: Varsel=3, MipEmphasis=0. Costo=\$8.296.242,57			
Varsel	MIPEmphasis	Mejor Solución Encontrada	Tiempo (en segundos)
n.a.	0	\$ 8.296.242,57	3000
n.a.	1	\$ 8.299.500,97	2915,34
3	1	\$ 8.303.097,10	2900

Tabla 16. Tiempos empleados por la mejor configuración para 20 nodos

Mejor Solución Encontrada: Varsel=3, MipEmphasis=0. Costo=\$11.101.674,59			
Varsel	MIPEmphasis	Mejor Solución Encontrada	Tiempo (en segundos)
3	1	\$ 11.132.250,43	1100
n.a.	1	\$ 11.176.800,35	552
n.a.	0	\$ 11.263.814,98	135

CONCLUSIONES GENERALES

Se ha desarrollado un modelo matemático de programación entera mixta (MIP) para solucionar el problema de ruteo de vehículos con múltiples depósitos, ventanas de tiempo y flota heterogénea de vehículos. El modelo desarrollado y probado con las instancias de referencia de Solomon, resuelve de forma óptima modelos de 5 a 10 clientes en tiempos computacionales despreciables y muestra de forma clara información valiosa para la programación de vehículos como la ruta, los clientes y los depósitos asignados a cada vehículo, la carga total asignada, tiempos de viaje y distancias que se recorren en la ruta. Como se demuestra con el desarrollo de este modelo, la complejidad computacional inherente a los problemas de ruteo de vehículos hace que a medida que se aumenta el tamaño de las instancias solucionadas el tiempo de ejecución aumente exponencialmente, Sin embargo para instancias de 15 a 20 clientes se obtuvieron soluciones muy cercanas al óptimo en tiempos computacionales razonables lo que hace a este modelo una excelente herramienta no solo para resolver instancias pequeñas de este tipo de problemas complejos sino también para comparar resultados con métodos aproximados a fin de medir el desempeño de los mismos y la calidad de sus soluciones. Se desarrolló una pequeña experimentación con parámetros del solver para comprobar que configuración de los parámetros del mismo mejoran la calidad de las soluciones generadas por este así como su tiempo de ejecución. Dicha experiencia mostro que modificando parámetros como varsel y mipemphasis configurando una ramificación fuerte (varsel 3) y priorizando la búsqueda de soluciones óptimas (mipemphasis 0) respectivamente ayuda a mejorar la calidad y los tiempos de ejecución de las soluciones generadas. Un aporte significativo del modelo propuesto es su flexibilidad ya que está perfectamente ajustado para adaptarse fácilmente a diferentes instancias y tipos de problemas entre los cuales están VRPTW con flota de vehículos tanto

homogénea como heterogénea con un solo depósito y también el caso multi-depósito para el cual fue originalmente planteado, el MDHVRPTW.

REFERENCIAS

- Dantzig, G & Ramser, J. (1959). The truck dispatching problem, Management Science 6, 80–91.
- Dantzig, G., Fulkerson, R., & Johnson, S. (1954). Solution of a large-scale travelling salesman problem. Operations Research, 2, 393–410.
- Christofides, N. (1976). The Vehicle Routing Problem. Revue française d'automatique, d'informatique et de recherche opérationnelle. Recherche Operationnelle, Tome 10, Vol 1, 55-70.
- Golden, B. L., Magnanti, T. L., & Nguyan, H. Q. (1977). Implementing vehicle routing algorithms. Networks, 7(2), 113–148.
- Levin, A. (1971). Scheduling and fleet routing models for transportation systems. Transportation Science, 5(3), 232–256.
- O'Connor, A. D., & De Wald, C. A. (1970). A sequential deletion algorithm for the design of optimal transportation networks 37th national meeting of the Operations Research Society of America. Bulletin of the Operations Research Society of America, 18(1).
- Eilon, S., Watson-Gandy, C. D. T., & Christofides, N. (1971). Distribution management: Mathematical modelling and practical analysis. NY: Hafner Publication Co.
- Golden, B. L., & Stewart, Jr. W., 1978. Vehicle routing with probabilistic demands. In Computer science and statistics, tenth annual symposium on the interface (pp.

252– 259).

- Laporte, G., Nobert, Y. (1983). A branch and bound algorithm for the capacitated vehicle routing problem. Springer. OR SPECTRUM Volume 5, Number 2, 77-8
- Savelsbergh, M. (1985). Local search in routing problems with time windows. Springer. Annals of operations research. Volume 4, number 1, 285-305.
- Kirca, O. (1984). Models and procedures for the Pick-up and Delivery problem. Dissertation Abstracts International Part B: Science and Engineering Vol. 44, no. 12, pt.1, 157 pp.
- Min, H. (1989). The multiple vehicle routing problem with simultaneous delivery and pick-up points. Transportation Research Part A: General Volume 23, Issue 5, Pages 377-386.
- Dror, M, Trudeau, P. (1989). Savings by Split Delivery Routing. Transportation Science, vol. 23 no. 2, 141-145.
- Laporte, G., Nobert, Y., Taillefer, S. (1988). Solving a family of multi-depot vehicle routing and location-routing problems. Transportation Science, vol. 22, no. 3, 161-172.
- Carpaneto, G., Dell'amico, M., Fischetti, M.,Toth, P. (1989). A branch and bound algorithm for the multiple depot vehicle scheduling problem. Networks. Vol 19, I 5, 531–548.
- Thangiah, S., Nygard, K., Juell, P. (1991). A genetic algorithm system for vehicle routing with time windows. Artificial Intelligence Applications, 1991. Proceedings.,

Seventh IEEE Conference. 322 – 328.

- Thompson, P., Psaraftis, H. (1989). Cyclic Transfer Algorithms for Multi-Vehicle Routing and Scheduling Problems. *Operations Research*, 41, 935-946.
- Pureza, V., França, P. (1991). Vehicle Routing via Tabu Search Metaheuristic. Publication CRT-747, Centre of Recherche sur les Transports, Université de Montreal.
- Chen, Takama and Hirota(2000). A Hierarchical Multiplex Structure Model for Practical Transportation Problems with Multiple Depots. *International Journal of Fuzzy Systems*, 2:305-314, 2000.
- Bullnheimer, B., Hartl, R., Strauss, C. (1997). An improved Ant System Algorithm for The Vehicle Routing Problem. *Annals Of Operations Research*. Volume 89, Number 0, 319-328.
- Kontoravdis, G., Bard, J. (1995). A GRASP for the vehicle routing problem with time windows. *ORSA journal on Computing*, Vol 7, No. 1, 10-23.
- Cook, T. M., & Russell, R. A. (1978). A simulation and statistical analysis of stochastic vehicle routing with timing constraints. *Decision Sciences*, 9(4), 673–687.
- Park, Y.-B., & Hong, S.-C. (2003). A performance evaluation of vehicle routing heuristics in a stochastic environment. *International Journal of Industrial Engineering: Theory Applications and Practice*, 10(4), 435–441.
- Yaohuang, G., Binglei, X., & Qiang, G. (2002). Overview of stochastic vehicle

routing problems. Journal of Southwest Jiaotong University (English Edition), 10(2), 113–121.

- G. Laporte (2009). Fifty Years of Vehicle Routing. ISSN: 0711–2440
- G. Laporte (1992). The Vehicle Routing Problem: An overview of exact and approximate algorithms. European Journal of Operational Research 59 345-358.
- J. de Magalhaes and J. de Sousa (2006). Dynamic VRP in pharmaceutical distribution - a case study. CEJOR (2006) 14:177-192.
- M. Fisher and R. Jaikumar (1981). “A generalized assignment heuristic for vehicle routing”, Networks 11, 109–124.
- E. Solórzano, S. Barbeito and M. Martinez (2005). Desarrollo de una Aplicación Informática para la Resolución del Problema de Planificación de Rutas de Transportes en Entornos Dinámicos.
- CLARKE AND W. WRIGHT.(1 964). Scheduling of Vehicles from a Central Depot to A Number of Delivery Points. Opns. Res. 12, 568-58 1.
- GILLETB AND L. MILLER (1.974). A Heuristic Algorithm For the Vehicle Dispatching Problem. Opns. Res. 22, 340-349.
- A. Volkan, (2007). The Vehicle Routing Problem With Simultaneous Pick-Up And Deliveries And A Grasp-Ga Based Solution Heuristic. UMI Number: 3296229.

- U. Derigs and T. Döhmer, (2006). Indirect search for the vehicle routing problem with pickup and delivery and time windows. OR Spectrum (2008) 30:149–165 DOI 10.1007/s00291-006-0072-1
- L. Barcos, V. Rodriguez, M. Álvarez and F. Robusté (2002). Algoritmo basado en la optimización mediante colonias de hormigas para la resolución del problema del transporte de carga desde varios orígenes a varios destinos. V Congreso de Ingeniería del Transporte Angel Ibeas Portilla - José M^a Díaz y Pérez de la Lastra © Santander - CIT 2002
- J. Bell and S. Griffis, (2010). Swarm Intelligence: Application Of The Ant Colony Optimization Algorithm To Logistics-Oriented Vehicle Routing Problems. Journal of Business Logistics; 2010; 31, 2; ABI/INFORM Global pg. 157.
- J. Brandao (2009). A deterministic tabu search algorithm for the fleet size and mix vehicle routing problem. European Journal of Operational Research 195 (2009) 716–728.
- A. Méndez, M. Pontin, M. Zaletti and L. Chavez (2005). Heurísticas Para La Resolución De Un Problema De Ruteo De Vehículos Periódico Real. MECOM 2005 – VIII Congreso Argentino de Mecánica Computacional.
- J. Daza, J. Montoya and F. Narducci (2009). Resolución Del Problema De Enrutamiento De Vehículos Con Limitaciones De Capacidad Utilizando Un Procedimiento Meta-heurístico De Dos Fases. Revista EIA, ISSN 1794-1237 Número 12, p. 23-38. Diciembre 2009 Escuela de Ingeniería de Antioquia, Medellín (Colombia).

- F. Torres (2006). Algoritmo Genético Basado En Una Heurística De Inserción Para El Problema De Ruteo De Helicópteros. <http://hdl.handle.net/1992/824>.
- M. Cruz and O. Diaz (2009). Un Mecanismo de Vecindad con Búsqueda Local y Algoritmo Genético para el Problema de Transporte con Ventanas de Tiempo. Programación Matemática y Software (2009), Vol. 1. No 1.
- U. Dharmapriya, S. Siyambalapitiya and A. Kulatunga (2010). Artificial Intelligence Computational Techniques to Optimize a Multi Objective Oriented Distribution Operations. Proceedings of the 2010 International Conference on Industrial Engineering and Operations Management Dhaka, Bangladesh, January 9 – 10, 2010
- M. Fazel, S. Davari and A. Hemmati (2010). Fuzzy Clustering for Initialization of Simulated Annealing Algorithm to Solve a Capacitated Vehicle Routing Problem. Proceedings of the 2010 International Conference on Industrial Engineering and Operations Management Dhaka, Bangladesh, January 9 – 10, 2010
- J. Potvin, D. Dubé and C. Robillard (1996). A hybrid approach to vehicle routing using neural networks and genetic algorithms. Applied Intelligence Volume 6, Number 3, 241-252, DOI: 10.1007/BF00126629
- M. Fazel, S. Davari, and A. Hemmati (2010). Fuzzy Clustering for Initialization of Simulated Annealing Algorithm to Solve a Capacitated Vehicle Routing Problem. Proceedings of the 2010 International Conference on Industrial Engineering and Operations Management Dhaka, Bangladesh, January 9 – 10, 2010

- Salhi, Sari (1997). A multi-level composite heuristic for the multi-depot vehicle fleet mix problem. *European Journal of Operational Research* 103 (1997) 95-112
- Crevier, Cordeau, Laporte(2007). The multi-depot vehicle routing problem with inter-depot routes. *European Journal of Operational Research* 176 (2007) 756–773.
- Ho, et al (2008). A hybrid genetic algorithm for the multi-depot vehicle routing problem. *Engineering Applications of Artificial Intelligence* 21 (2008) 548–557.
- Nagy, Salhi(2005). Heuristic algorithms for single and multiple depot vehicle routing problems with pickups and deliveries. *European Journal of Operational Research* 162 (2005) 126–141
- Jeon, Leep, Shim (2007). A vehicle routing problem solved by using hybrid genetic algorithm. *Computers & Industrial Engineering* 53 (2007) 680–692
- Lau et al(2009). A fuzzy guided multi-objective evolutionary algorithm model for solving transportation problem. *Expert Systems with Applications* 36 (2009) 8255–8268
- Tan, Chew and Lee(2006). A hybrid multi-objective evolutionary algorithm for solving truck and trailer vehicle routing problems. *European Journal of Operational Research* 172 (2006) 855–885
- Lin and Kwok(2005). Multi-objective metaheuristics for a location routing problem

with multiple use of vehicles on real data and simulated data. European Journal of Operational Research

- Dharmapriya, Siyambalapitiya and Kulatunga(2010). Artificial Intelligence Computational Techniques to Optimize a Multi Objective Oriented Distribution Operations. Proceedings of the 2010 International Conference on Industrial Engineering and Operations Management Dhaka, Bangladesh, January 9 – 10, 2010
- Irnich(2000). A Multi-Depot Pickup And Delivery Problem With A Single Hub And Heterogeneous Vehicles. European Journal of Operational Research 122 (2000) 310-328
- Lim and Wang(2005). Multi-Depot Vehicle Routing Problem: A One-Stage Approach. IEEE transactions on automation science and engineering , vol. 2, no. 4, October (2005)397-402
- Özyurt and Aksen(2007). Solving The Multi-Depot Location routing Problem With Lagrangian Relaxation. Operations Research/Computer Science Interfaces Series, 2007, Volume 37, IV., 125-144, DOI: 10.1007/978-0-387-48793-9_9
- Dondo and Cerdá(2007). A Cluster-Based Optimization Approach For The Multi-Depot Heterogeneous Fleet Vehicle Routing Problem With Time Windows. European Journal of Operational Research 176 (2007) 1478–1507
- Kek, A., Cheu, R., & Meng, Q.(2008). Distance-constrained capacitated vehicle routing problems with flexible assignment of start and end depots. Mathematical

and Computer Modelling Vol 47, Issues 1-2, 140-152.

- Dondo, Méndez and Cerdá(2008). Optimal management of logistic activities in multi-site environments. Computers and Chemical Engineering 32 (2008) 2547–2569
- Flisberg, Lidén and Rönnqvist(2009). A hybrid method based on linear programming and tabu search for routing of logging trucks. Computers & Operations Research 36 (2009) 1122 – 1144
- Dondo and Cerdá(2009). A hybrid local improvement algorithm for large scale multi-depot vehicle routing problems with time windows. Computers and Chemical Engineering 33 (2009) 513–530
- Schmid, et al(2010). Hybridization Of Very Large Neighborhood Search For Ready-Mixed Concrete Delivery Problems. Computers &Operations Research37(2010)559—574
- Gulczynski , Golden, Wasil (2011). The multi-depot split delivery vehicle routing problem: An integer programming-based heuristic, new test problems, and computational results. Computers & Industrial Engineering.
- Bettinelli, Ceselli and Righini(2011). A Branch-And-Cut-And-Price Algorithm For The Multi-Depot Heterogeneous Vehicle Routing Problem With Time Windows. Transportation Research Part C 19 723–740
- Solomon, M., 1987. Algorithms for the vehicle routing and scheduling problem with

time window constraints. *Operations Research* 32, 254–265.

- Council of Supply Chain of Management Professionals, CSCMP
- CONPES 3547 DEL 27 DE OCTUBRE DE 2008
- Logistics Systems Design and Optimization, 2005
- Webster's New Encyclopedic Dictionary (Nueva York: Black Dog & Leventhal Publisher)
- Ramírez, A. C. (2009). *Manual de gestión logística del transporte y distribución de mercancías*. Barramquilla (Colombia): Edición Uninorte
- Isabel Ramos Martel. (2010). Transporte y desarrollo económico: un análisis para Bolivia, Colombia y Venezuela (1990-2005). madrid (españa): facultad de ciencias económicas y empresariales departamento de economía aplicada i: isbn: 978-84-694-1428-6
- Julio Juan Anaya Tejero. (2007) Logística Integral la gestión operativa de la empresa, Madrid (España) Tercera Edición ESIC Editorial. ISBN: 978-84-7356-489-2
- P. Moscato and C. Cotta (2003). An Introduction to Memetic Algorithms. *Inteligencia Artificial, Revista Iberoamericana de Inteligencia Artificial*. No.19 (2003), pp. 131-148 ISSN: 1137-3601. © AEPIA (<http://www.aepia.org/revista>).

- Barril (2005). ALGORITMOS MEMETICOS Y SU APLICACION EN FIXTURES DEPORTIVOS. PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE VALPARAISO. MEMORIA PARA OPTAR AL TITULO PROFESIONAL DE INGENIERO CIVIL EN INFORMATICA.
- <http://ficus.pntic.mec.es/ibus0001/servicios/transportes.html>